

يهوئ العملبات ونطبتقانها فء إءارة الأعمال



ءألف
ء. مءمود العببءب
ء. مؤبء عبء البسبب الفضل



بسم الله الرحمن الرحيم

قال تعالى : (فَتَعَالَى اللَّهُ الْمَلِكُ الْحَقُّ وَلَا تَعْجَلْ بِالْقُرْآنِ مِنْ قَبْلِ أَنْ يُقْضَى إِلَيْكَ وَحْيُهُ وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا)

طه: ١١٤

صدق الله العظيم

بحوث العمليات وتطبيقاتها في إدارة الأعمال

بحوث العمليات وتطبيقاتها في

II

إدارة الأعمال

تأليف

الدكتور
مؤيد عبد الحسين الفضل

الدكتور
محمود العبيدي

الطبعة الأولى

2004



الإهداء

إلى الأهل في العراق

تحية حب وتقدير

المحتويات

1	المقدمة:
5	الفصل الأول مفاهيم عامة في إدارة الأعمال وبحوث العمليات
6	1.1. مفهوم منظمات الأعمال:
8	2.1. مفهوم ومداخل دراسة إدارة الأعمال:
9	1. مدخل وظائف المدير
12	3.1. بحوث العمليات كمدخل كمي لدراسة إدارة الأعمال:
14	4.1. مجالات تطبيق بحوث العمليات في منظمات الأعمال:
18	أسئلة الفصل الأول
19	المراجع العربية والأجنبية للفصل الأول
20	ثانياً: المراجع الاجنبية
21	الفصل الثاني البرمجة الخطية
21	Linear Programming
23	البرمجة الخطية Linear programming
23	1.2. مفهوم البرمجة الخطية ومستلزمات تطبيقها
25	2.2. الصياغة الرياضية للبرمجة الخطية
27	3.2. طرق حل مشكلة البرمجة الخطية
27	1.3.2. طريقة الحل البياني
33	1.1.3.2. طريقة الحل البياني لمشكلة النقل:
36	2.3.2. الطريقة المبسطة (Simplex Method)
54	4.2. الحالات الخاصة في البرمجة الخطية

54	1.4.2. تعدد الحلول المثلى
58	2.4.2. حالة الإنحلال:
62	3.4.2. الحلول غير محدودة
67	4.4.2. عدم وجود حلول ممكنة
70	5.2. النموذج المقابل Daul Model
74	6.2. تحليل الحساسية Sensitivity Analysis
89	أسئلة الفصل الثاني
94	المصادر العربية والأجنبية للفصل الثاني
94	أولاً: المصادر العربية:
94	ثانياً: المصادر الأجنبية:
96	الفصل الثالث البرمجة باعداد صحيحة
96	Integer Programming
97	1.3. مفهوم البرمجة باعداد صحيحة واختلافها عن البرمجة الخطية
103	Linear Programming
104	2.3. أنواع حالات البرمجة باعداد صحيحة
107	3.3. الحالات الشاذة وكيفية معالجتها:
111	2.3.3. طريقة قطع المستوي:
118	3.3.3. طريقة التقريع والتحديد Branch and Bound Method
128	أسئلة الفصل الثالث
134	المصادر العربية والأجنبية للفصل الثالث
134	أولاً: المصادر العربية
134	ثانياً: المصادر الأجنبية
135	الفصل الرابع
135	نماذج النقل
135	Transportation Models
137	1.4. مفهوم نماذج النقل
139	2.4. النموذج الرياضي لمشكلة النقل:
142	3.4. أنواع مشاكل النقل
143	1.3.4. تقسيم مشاكل النقل من حيث توازن أو عدم توازن مشكلة النقل

148	2.3.4. تقسيم مشاكل النقل من حيث العلاقة بين مراكز التوزيع ومراكز الاستلام
152	4.4. طرق حل مشاكل النقل
153	طرق خاصة لإيجاد الحل الأمثل
155	خلية النقل الواقعة في الركن الشمالي الغربي من جدول النقل
158	طريقة فوجل Vogel's Approximation
167	5.4. حالات تطبيقية مختلفة:
168	1.5.4. مشاكل النقل المغلق Closed Transportation
172	أولاً: الحل بطريقة الركن الشمالي الغربي
175	ثانياً: الحل بطريقة العنصر الأقل كلفة
179	ثالثاً: طريقة فوجل Vogel's Approximation
182	رابعاً: يتم تطبيق العلاقات الرياضية التالية:
215	2.5.4. مشاكل النقل المفتوح Open Transportation
224	اسئلة الفصل الرابع
227	المصادر العربية والأجنبية للفصل الرابع
227	أولاً: المصادر العربية
227	ثانياً: المصادر الأجنبية:
228	الفصل الخامس
228	شبكات العمل
228	Net Work
230	1.5. مفهوم شبكات العمل
231	أولاً: اسلوب مخطط جانت Gantt Chart
234	ثانياً: المخططات الشبكية:
239	2.5. قواعد رسم المخططات الشبكية Network Roles Drawing
243	1.3.5. اسلوب المسار الحرج C. P. M.
246	4.5. حساب وتحديد المسار الحرج C. P. M.
252	ثانياً: الحسابات الخلفية Backward Computation
256	5.5. أسلوب بيرت PERT
270	6.5. حساب الزمن المتوقع لتنفيذ المشروع:
279	7.5. الاحتياطات الزمنية Float Time

286	8.5. تحليل الوقت والكلفة في شبكة بيرث Time-PERT/Cost
297	9.5. اسلوب ضغط الكلف والزمن Cost-Time Crashing
316	اسئلة الفصل الخامس
319	المصادر العربية والأجنبية للفصل الخامس
319	أولاً: المصادر العربية
319	ثانياً: المصادر الأجنبية
320	الفصل السادس
320	نظرية الألعاب
320	Games Theory
322	1.6. مفهوم نظرية الألعاب:
324	2.1. تقسيمات نظرية الألعاب:
332	1.3.6. اشتقاق العلاقات الرياضية لكل من اللاعب الأول واللاعب الثاني:
334	4.6. أنواع حالات الألعاب والنماذج الرياضية المستخدمة فيها:
341	5.6. الطرق المعتمدة في حل مشاكل نظرية الألعاب:
341	أولاً: الطريقة الجبرية (التحليلية):
347	ثانياً: طريقة البرمجة الخطية Linear Programming Method
381	اسئلة وتمارين حول الفصل
383	المصادر العربية والأجنبية للفصل السادس
385	الفصل السابع
385	تحليل القرار
385	Decision Analysis
387	1.7. مفهوم وأنواع القرارات:
390	1.10. إتخاذ القرار في ظل حالة عدم التأكد:
396	3.7. إتخاذ القرار في ظل المخاطرة:
397	1.3.7. معيار تعظيم القيمة المالية المتوقعة (Max EMV):
399	2.3.7. معيار تقليل خسارة الفرصة المتوقعة (Min EOL):
400	4.7. شجرة القرار Decision Tree:
405	5.7. نظرية المنفعة Utility Theory
408	6.7. تكوين مصفوفة المنافع

411	7.7. تحديد اتجاه متخذ القرار نحو المجازفة والتحفظ
415	8.7. حالات تطبيقية:
422	أسئلة الفصل السابع
424	المصادر العربية والأجنبية
424	أولاً: المصادر العربية
424	ثانياً: المصادر الأجنبية
425	الفصل الثامن
425	تحليل ماركوف
425	Markov Analysis
427	1.8. المفهوم ومستلزمات التطبيق:
428	2.8. مصفوفة الاحتمالات الإنتقالية:
432	3.8. التنبؤ بالحصص السوقية:
434	4.8. تحديد الحصص في فترة التوازن:
437	5.8. حالات تطبيقية مختلفة:
443	أسئلة الفصل الثامن
446	المصادر العربية والأجنبية للفصل الثامن
446	أولاً : المصادر العربية
446	ثانياً: المصادر الأجنبية
447	الفصل التاسع
447	خطوط الإنتظار
447	Waiting Lines
449	1.9. المفهوم والأهمية:
450	2.9. مكونات نظام الإنتظار:
451	3.9. أنواع أنظمة الإنتظار:
454	4.9. أساليب وصول الوحدات وتقديم الخدمة:
455	5.9. النموذج الرياضي لصفوف الإنتظار:
455	1.5.9. الرموز المستخدمة في نماذج الإنتظار:
456	2.5.9. نموذج خط إنتظار واحد وقناة خدمة واحدة:
459	3.5.9. نموذج انتظار لنظام ذو قنوات خدمة متعددة:

463	6.9. تكاليف الإنتظار :Waiting Costs
468	7.9. حالات تطبيقية مختلفة:
472	أسئلة الفصل التاسع
475	المصادر والمراجع العربية والأجنبية للفصل التاسع
475	أولاً: المصادر العربية
476	ثانياً: المصادر الأجنبية
477	الفصل العاشر
477	السيطرة على الخزين
477	Inventory Control
479	1.10 الأهمية والمفهوم:
481	2.10 تكاليف الخزين :Inventory Costs
482	3.10 نماذج الخزين :Inventory Models
484	1.3.10 نموذج كمية الطلب الاقتصادية
490	2.3.10. خصم الكمية وأثره في كمية الطلب الاقتصادية
493	3.3.10. نموذج كمية الإنتاج الاقتصادية
503	المصادر والمراجع العربية والأجنبية للفصل العاشر
503	أولاً: المصادر العربية
503	ثانياً: المصادر الإنجليزية
504	الملاحق
504	Appendix

المقدمة:

بسبب تعقد التركيبة التنظيمية والإدارية وتعدد وتشابك الأهداف والطموحات وما يرافق ذلك من المخاطر التي تواجهها منظمة الاعمال، لم يعد المدير أو متخذ القرار فيها قادر على تحمل هذه الأعباء بالاعتماد على ما يتمتع به من صفات وقدرات موروثة ومؤهلات مكتسبة تقليدية، حيث إتجه الفكر الإداري نحو المعطيات الحديثة للإدارة التي تعتمد التفسير العلمي والكمي المحوسب للكثير من الظواهر والمشكلات الإدارية التي تواجه منظمة الاعمال في الواقع العملي، كما إن الألفية الثالثة من التاريخ الميلادي حملت معها صور ونماذج مختلفة من آفاق وصيغ العمل الإداري والصراع من أجل الهيمنة والسيطرة والبقاء وذلك في وقت شاع فيه التبشير بنظم العولمة كأساس لتطور ونمو منظمات الاعمال في مختلف الأنشطة الإنتاجية والتجارية، وكان لازماً على المتخصصين في العلوم الإدارية البحث عن قواعد وأسس جديدة للعمل والسلوك الإداري، وذلك مثل بلوغ مستويات الجودة الشاملة ومقاييس المواصفات العالمية (الإيزو) والإنتاج الآني وغير ذلك، ومن هنا أزدادت الحاجة والرغبة نحو اعتماد اساليب علمية متطورة لترشيد القرار الإداري لكي يأتي متجانساً مع ما هو مطروح من تحديات أمام منظمة الاعمال. إن هذه الأساليب في مجموعها تعرف باسم بحوث العمليات والذي عرف من قبل المتخصصين في العلوم الإدارية بأنه المنهج الكمي لدراسة إدارة الاعمال. حيث نمت وتطورت اساليب بحوث العمليات جنباً إلى جنب مع النمو والتطور الذي حصل في تقنيات الحاسوب والبرامجيات العلمية، مما ساعد على توسعه وزيادة تطبيقه في الواقع العملي لمعالجة الكثير من المشاكل في وظائف منظمة الاعمال المختلفة (الإنتاج، الأفراد، الخزين، المالية، .. الخ). إن كتابنا هذا يتصدى لهكذا نوع من التطبيقات لاساليب بحوث العمليات من خلال نمذجة هذه المشاكل وفق تكنيك رياضي معين حسب طبيعة ومتغيرات المشكلة. ويتم تناول ذلك

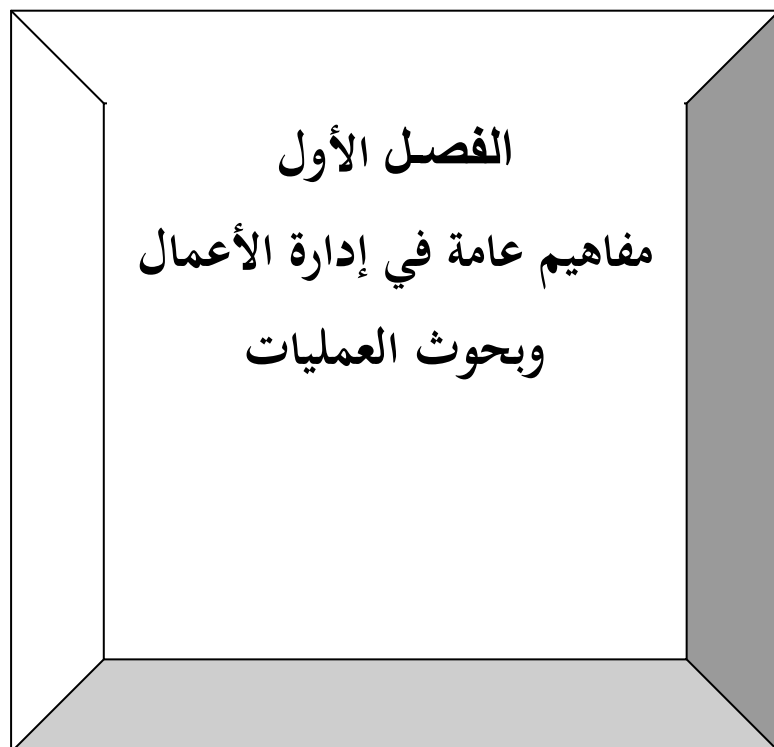
ضمن إطار عشرة فصول تتوزع فيها المادة العلمية على أساس إن الفصل الأول يتضمن المفاهيم العامة في إدارة الأعمال وبحوث العمليات. الفصل الثاني خصص لدراسة البرمجة الخطية بشكل موسع ليشمل كافة الصيغ والتطبيقات المختلفة لهذا الأسلوب. وقد تم دراسة البرمجة باعداد صحيحة من حيث مفهومها وأهميتها والأسلوب الرياضي لها واختلافها عن البرمجة الخطية واساليب معالجة القيم الشاذة في الفصل الثالث.

أما الفصل الرابع فقد خصص لدراسة نماذج النقل، حيث يتم توضيح النموذج الرياضي لهذا الأسلوب مع الحالات المختلفة لهذا النموذج مع بيان تطبيقاته المختلفة في الواقع العملي. الفصل الخامس خصص لدراسة شبكات العمل مع بيان أهمية وتطبيقات هذا الأسلوب في مجال التخطيط والرقابة على تنفيذ المشاريع المختلفة وتحديد الأوقات الاحتمالية للتنفيذ والكلف المرتبطة بها. في الفصل السادس تم دراسة نظرية الألعاب كاسلوب للمنافسة والصراع في الواقع العملي لمنظمات الأعمال الإنتاجية والتجارية، حيث تم توضيح اساليب وطرق مختلفة يتم اعتمادها لأجل تحديد الاستراتيجية الأفضل التي ينبغي اعتمادها من قبل متخذ القرار لكسب الموقف الذي تتم المنافسة عليه. وتواصل مع هذا الموضوع تم دراسة تحليل القرار في الفصل السابع، حيث تم توضيح أهم المعايير والأدوات التي يمكن أن تستخدم في ترشيد القرار الإداري بالشكل الذي يمكن متخذ القرار من اختيار البديل الأفضل الذي يحقق أعلى الإيرادات وأقل التكاليف. الفصل الثامن خصص لدراسة تحليل ماركوف والاساليب والأدوات التي ترتبط بهذا الأسلوب والتي لها دور مهم في الواقع العملي لمنظمة الأعمال. أما في الفصل التاسع، فقد تم دراسة أسلوب خطوط الإنتظار مع بيان النماذج والصيغ المختلفة للإنتظار وإداء الخدمة وكيفية توظيف ذلك لمعالجة المشاكل المختلفة التي تظهر في الواقع العملي لمنظمات الأعمال الإنتاجية والخدمية. وأخيراً فإن الفصل الأخير وهو الفصل العاشر، خصص لدراسة أساليب السيطرة

على الخزين المحدده والاحتمالية وكيفية تحديد الدفعة الاقتصادية والتي تعرف بحجم الطلبية الأمثل.

وقد تم بيان عدد من الأسئلة والتمارين في نهاية كل واحد من الفصول السابقة مع بيان أهم المصادر العربية والأجنبية المعتمدة والتي يمكن أن يستفيد منها القارئ الكريم. وفي الوقت الذي نضع فيه هذا المجهود العلمي المتواضع بين يدي القارئ الكريم، نأمل أن تكون المادة العلمية فيه تساهم بشكل أو بآخر في معالجة مشاكل منظمات الاعمال المختلفة وفق منظور كمي، وكلنا أمل أن تساهم هذه المادة العلمية في رفد الفكر الإداري بقدر من المعرفة العلمية، كما ندعو ذوي الاختصاص مع وافر الشكر والامتنان أن لا ييخلوا علينا بإية ملاحظة أو فكرة لإغناء هذا الكتاب وبما فيه المصلحة للجميع علماً أن يزودنا بها على عنوان الناشر، والله من وراء القصد.

المؤلفان



مفاهيم عامة في إدارة الأعمال وبحوث العمليات

في هذا الفصل سوف يتم توضيح المفاهيم الأساسية اللازمة لتوضيح استخدامات بحوث العمليات كمنهج كمي لدراسة إدارة الأعمال وذلك من خلال تطبيق الأساليب والأدوات الكمية التي من شأنها أن تعالج المشاكل الإدارية التي تواجهها منظمة الأعمال في الواقع العملي .

وفي البداية سوف يتم توضيح ما هو المقصود بمنظمات الأعمال وما هي نوع النشاطات والمهام التي تمارسها هكذا نوع من المنظمات .

1.1. مفهوم منظمات الأعمال :

إن مفهوم المنظمة هو مصطلح عام ، يطلق على تشكيلات وتكوينات إدارية كثيرة ، بعضها ذات نفع عام والبعض الآخر خاص . وبقدر تعلق الأمر بالمهام والأعمال الخاصة والتي هي محط اهتمامنا في هذا الكتاب ، فإن مصطلح منظمة الأعمال يطلق على أي تشكيل أو تكوين إداري يمارس نشاط يهدف من وراءه تحقيق الربح أو المكاسب المادية .

وتذهب معظم الأدبيات المهمة بعلم الإدارة إلى تعريف المنظمة بأنها عبارة عن تجمع للأفراد بشكل منظم يسعى إلى تحقيق هدف أو مجموعة أهداف محددة . وتشترك معظم المنظمات بصفات أساسية من حيث مكوناتها وهي :

1. الأفراد People : حيث من يعمل لوحده لا يشكل منظمة ، في حين أن تجمع الأفراد بشكل واع ومنضبط للعمل على إنجاز متطلبات تحقيق الهدف من ذلك التجمع ، هو الصفة الأولى للمنظمة .

2. الغرض Purpose : للمنظمة غرض مميز يتم التعبير عنه بهدف أو مجموعة من الأهداف تسعى المنظمة إلى تحقيقها .

3. الهيكل Structure : للمنظمة هيكل وتركيب منظم بعناية يوضح شكل وطبيعة العلاقات بين أفراد المنظمة بحسب المواقع الوظيفية لهم .

مما تقدم يتضح أن، العناصر الثلاث الواردة أعلاه، هي المقومات الأساسية لأي منظمة، وإن حدث اختلاف بينها فإن ذلك يكون على الأغلب في طبيعة الهدف، حيث من المعلوم أن الهدف هو العنصر الأساسي المحدد للاختلاف بين المنظمات، حيث أن أي منها تسعى بشكل عام لإنتاج سلعة ما أو تقديم خدمة معينة. وهنا لابد لنا من أن نشير إلى أن الهدف أو الأهداف وراء النشاط الإنتاجي أو الخدمي الذي تسعى المنظمة إلى تحقيقه هو الذي يدعو إلى إطلاق تسمية منظمة أعمال بدلا من كلمة (منظمة) فقط، باعتبار أن منظمة الأعمال من بين أهم أهدافها هو تحقيق العائد الاقتصادي المتمثل بالربح مع السعي الدؤوب إلى تعظيم قيمته للمالكين بشكل مستمر. ومن هنا يمكننا أن نستخلص مفهوم لمنظمة الأعمال باعتبارها ذلك التجمع المنظم للأفراد الذي يهدف إلى تحقيق غرض محدد يرتبط بتحقيق عائد أو مردود مالي للجهة المالكة أو القائمة على إدارة المنظمة المذكورة .

2.1. مفهوم ومداخل دراسة إدارة الأعمال:

يرتبط مفهوم إدارة الأعمال بمنظمة الأعمال بشكل وثيق باعتبار أن هذه الأخيرة هي الحقل أو الموقع الذي تمارس فيه كافة نشاطات ومهام هذه الإدارة .

أن تحديد مفهوم واضح لإدارة الأعمال يتطلب في البداية توضيح ما هو المقصود بتسمية الإدارة . وهذا يقودنا إلى التمييز بين مصطلح (Administration)

ومصطلح آخر هو (Management)، إذ أن كل منها يقابل تسمية (إدارة)، إلا أنه ينظر إلى مصطلح Administration على أنها تشير إلى المهام الأساسية التي تنهض بها الإدارة العليا على مستوى منظمة الأعمال أو القطاع وما هو أعلى من ذلك ، ومن هنا كان لدينا ما يلي :

1. مصطلح Business Administration يشير إلى إدارة الأعمال.

2. مصطلح Public Administration يشير إلى الإدارة العامة.

أما مصطلح Management فهو يشير إلى الجانب العملي والتنفيذي م يقوم به المدير في المنظمة. وكما ذكرنا في الفقرة السابقة المتعلقة بالتمييز بين المنظمات من خلال الأهداف، فإن تحقيق المصلحة أو الخدمة العامة للمجتمع بغض النظر عن العوائد أو الأرباح، هو من أهداف المنظمات التي تمارس فيها الإدارة العامة، حيث يكون الهدف رقم واحد هو تحقيق مصلحة عامة والهدف التالي هو البحث عن مؤشر للربحية. أما إذا كان هدف المنظمة وبالتحديد ما يسمى بمنظمة الأعمال هو تحقيق مكسب مادي بالدرجة الأولى والعمل وفق مؤشرات المعايير الاقتصادية من خلال الموازنة بين عوامل الربح والخسارة ، فإن هذه الإدارة تسمى بإدارة الأعمال Business Administration ، وهناك تعاريف عديدة في هذا الصدد ، نختار منها ما يلي :-

أ) هي عملية توجيه وتنسيق الجهود نحو تحقيق الأهداف الاقتصادية المطلوبة من قبل منظمة الأعمال .

أب) هي عملية التنسيق للجهود والموارد الاقتصادية والرقابة عليها لأجل تحقيق الأهداف التي وجدت من أجلها المنظمة وبالتالي تحقيق رغبات القائمين عليها أو المالكين لها.

أج) هي عملية إنجاز المهام والأهداف عن طريق توجيه جهود الآخرين للحصول على أفضل النتائج بأقل الجهود.

وعلى أساس ما تقدم ، يكون "أمام المهتمين بدراسة إدارة الأعمال اتجاهات واهتمامات مختلفة، حيث أن البعض يمكن أن يهتم بمفهوم إدارة الأعمال مع التركيز على المهام والأعباء التي سوف تناط بالمدير لتحقيق هدف المنظمة، في حين يركز الآخر على الأثر القانوني لممارسة كل وظيفة من وظائف المدير أو ما يسمى بوظائف المنشأة، في حين يركز الآخر على كيفية إنجاز المهام ومعالجة المشاكل من خلال صياغة وبناء النماذج الرياضي و إجراء التحليلات الكمية المختلفة للنتائج التي يتم الحصول عليها، وهكذا نجد هذه الاهتمامات المتباينة تفتح الفكر الإداري للاجتهد والتخصص في طرق وأساليب دراسة إدارة الأعمال وهو ما يعرف عادة بمدخل دراسة إدارة الأعمال، حيث ورد في الفكر الإداري مدخل عديدة ومتنوعة، نذكر أدناه أهم هذه المدخل كما يلي :

1. مدخل وظائف المدير

2. مدخل النظم

3. المدخل القانوني

4. المدخل الكمي

وفيما يلي توضيح لكل واحد من هذه المدخل مع التركيز على المدخل الكمي الذي يعبر بشكل أو بآخر عن بحوث العمليات .

أولاً: مدخل وظائف المدير Manager Function Approach

إن دراسة إدارة الأعمال من خلال هذا المدخل، يعني أن يتم البحث في كل وظيفة من وظائف المدير المعروفة وهي التخطيط والتنظيم والقيادة والرقابة وتنمية المدراء، حيث يتم التعرف على طبيعة المهام والأعباء التي تمارس من قبل المدير في كل واحدة من هذه الوظائف ومن ثم بيان كيفية توجيه وتوحيد الجهود الناجمة عن تأدية كل واحد من هذه الوظائف في تحقيق الأهداف المترتبة على قيام منظمة الأعمال .

ثانياً: مدخل النظم Systems Approach

يمثل هذا المدخل اتجاهاً حديثاً في فكر إدارة الأعمال حيث بموجبه يتم النظر إلى منظمة الأعمال على أنها منظومة System تتكون من أجزاء فرعية Subsystem وحتى الوظائف الإدارية التي يمارسها المدير مثل التخطيط والتنظيم والقيادة وما إلى ذلك، فهي ينظر إليها على أنها منظومات فرعية من منظومة اتخاذ القرار في منظمة الأعمال. وعلى الرغم من التاريخ الطويل للفكر الخاص لمفاهيم النظام والأنظمة، إلا أن الاستفادة من هذا المنهج أصبح مقبولا من قبل المتخصصين في إدارة الأعمال لم يتم إلا قبل فترة حديثة نسبياً. ومن الصعب تحديد نقطة الانعطاف نحو هذا المدخل، إلا أننا نستطيع الإشارة إلى بداية الستينات من القرن العشرين كفترة واضحة لذلك .

ثالثاً: المدخل القانوني Legal Approach

بموجب هذا المدخل تكون الاهتمامات منصبة على الآثار القانونية لكافة النشاطات والمهام الإدارية وكذلك على تشخيص الأثر القانوني للوظيفة وأداء الفرد في ظل التفاعل مع المؤثرات الداخلية والخارجية . حيث من المعلوم أن ممارسة النشاطات والمهام في أية منظمة يتم من خلال تفويض الصلاحيات وتحديد المسؤوليات ، وان لأية صلاحية وأية مسؤولية آثار ومحددات قانونية تنظم وتوضح الكيفية التي بموجبها يتم تعريف النشاطات المختلفة مع بيان أية عقوبات أو التزامات جزائية مقابل النشاط المنحرف أو الإخفاق في أداء الأهداف المحددة .

رابعاً: لمدخل الكمي Quantitative Approach

يرتبط هذا المدخل بشكل مباشر باستخدام الأرقام والعلاقات الرياضية الأساليب والأدوات الكمية المختلفة التي ترد ضم ن ما يسمى ببحوث العمليات، وذلك لتفسير الكثير من مشكلات إدارة الأعمال. وبالنظر لأهمية هذا المدخل في كتابنا هذا، فان الفقرة التالية سوف تخصص لهذا الغرض .

3.1. بحوث العمليات كمدخل كمي لدراسة إدارة الأعمال :

يعتمد المدخل الكمي الأرقام والمعادلات والنماذج الرياضية كأسس لتوضيح المشكلة ، في حين أن المداخل الأخرى لدراسة إدارة الأعمال تعتمد على المقارنة والوصف والتحليل وبالاغتماد على أساليب البحث والإستبانة كأساس لذلك ، وهذه نقطة اختلاف جوهرية تعطي المدخل الكمي سمات خاصة . حيث يعتمد هذا الأخير على عدد من الأساليب والأدوات التي تقع ضمن ما يسمى ببحوث العمليات وذلك لتحديد ما هو مطلوب إنجازه في الواقع العملي للمشكلة ، حيث على سبيل المثال في مجال إدارة الإنتاج يتم تحديد المستلزمات من المواد الأولية والأيدي العاملة وأية مدخلات أخرى للعملية الإنتاجية ، مع بيان ماهية المخرجات وذلك من خلال أحد أساليب بحوث العمليات المحددة لهذا الغرض .

ويفسر بحوث العمليات كمدخل كمي لدراسة إدارة الأعمال من خلال النظر للمشكلة من زاوية كمية وبعبارة أخرى يتم تأطير المشكلة و نمذجتها في كل واحدة من الوظائف الإدارية ضمن منظمة الأعمال ، وتتنضح أهمية بحوث العمليات كمدخل كمي لدراسة إدارة الأعمال في الواقع العملي لمنظمة الأعمال من خلال الأمور التالية :

1. تساهم بحوث العمليات في تقريب المشكلة الإدارية إلى الواقع بموجب صيغ علمية مبسطة ونماذج رياضية معينة تعكس مكونات المشكلة ضمن إطار من التفكير العلمي المنظم والعقلاني .
2. عرض النماذج في مجموعة من العلاقات الرياضية بالشكل الذي يوضح الفرص المختلفة (البدائل) لعملية اتخاذ القرارات وبما يساهم في تفسير عناصر المشكلة والعوامل المؤثرة فيها .
3. تعميم المعايير القياسية والمثالية لاتخاذ القرارات، حيث أن الإدارة التي تتمكن من وضع نموذج رياضي معين لمشكلة ما، تستطيع أن تطبق هذا النموذج في المستقبل عند ما

تواجهها مشكلة مماثلة وهكذا تتم إدارة الأعمال المختلفة في الوظائف المختلفة لمعالجة المشاكل في الواقع العملي .

إن التعامل مع كافة أساليب بحوث العمليات في مختلف الوظائف الإدارية في منظمة الأعمال من شأنه أن يرسخ العلاقة القائمة بين هذه الأساليب وهذه الوظائف، ويمكن أن يحدث التوافق التام بين هذه الأساليب والوظائف الإدارية عند استخدام نماذج معينة تحمل مسميات متطابقة مع تلك الوظائف، كما هو الحال في استخدام نماذج النقل في إدارة النقل والتسويق ونماذج التخزين في إدارة المخازن، وهكذا.

إن هذه الصورة المتكاملة تقرب الحالة إلى ما يسمى بالإدارة العلمية S Management Science وهي التسمية التي تطلق على بحوث العمليات كمنهج عمل بحيث يتم من خلاله دراسة مشاكل منظمة الأعمال ومعالجتها. وهذا الأمر يتضح بجلاء عند الحديث عن مجالات تطبيق بحوث العمليات في إدارة الأعمال وبالتحديد في وظائف المنشأة مثل الإنتاج، التسويق، الأفراد والمالية وغيرها، وهو ما سوف نوضحه في الفقرة أدناه .

4.1. مجالات تطبيق بحوث العمليات في منظمات الأعمال :

إن أساليب بحوث العمليات يمكن أن تطبق في مختلف منظمات الأعمال الإنتاجية منها والخدمية، وذلك شرط توفر اثنين من المتطلبات أو الشروط الفنية في المشكلة المطلوب معالجتها باستخدام أساليب بحوث العمليات وهي كما يلي:

أولاً : محدودية الموارد ، وتعني أن الموارد التي تستخدمها منظمة الأعمال سواء كان ذلك في العملية الإنتاجية أو التجارية وما شابه ذلك تنص في كونها محدودة الكمية من حيث توفرها وسهولة الحصول عليها . معنى آخر أن الموارد المتوفرة تحت تصرف منظمة الأعمال لا يوجد منها كميات كبيرة إلى درجة بحيث يمكن الحصول عليها في أية لحظة و بدون عناء وكلفة. و ينطبق هكذا شرط على ما يلي:

1. الموارد المالية بشكل عام

2. الموارد البشرية ذات الكفاءة العالية و المتخصصة .

3. المواد الأولية التي يتم الحصول عليها مقابل ثمن وتشكل نسبة مهمة من عنصر الكلفة للوحدة الواحدة من المنتج .

4. مساحات الأراضي ذات المواصفات النادرة ، كما هو الحال مع مساحات الأراضي التي يتواجد فيها النفط أو مناجم الفحم والذهب وما شابه ذلك في حين قد لا تعتبر الصحراء الجرداء أو الأراضي غير الصالحة للزراعة من الموارد المحدودة ، وخاصة في البلدان التي لديها مساحات جغرافية شاسعة .

ثانياً: تعدد البدائل ، ويقصد بهذا الشرط أن هناك أكثر من بديل أو طريقة يتم بموجبه استغلال المورد المتوفر، حيث عند الحديث عن المستلزمات الأساسية

لعملية الإنتاج وبالتحديد عن المواد الأولية الداخلة في صنع المنتج، فإن هذا الشرط يعني أن هناك أكثر من طريقة لاستغلال هذه المواد الأولية. وعلى سبيل المثال إذا كان المقصود بالمواد الأولية هنا هو الأقمشة الداخلة في إنتاج البدلات الرجالية أو السراويل، فإن تعدد البدائل يقصد به هو وجود أكثر من طريقة لقص القماش من أجل الحصول على ما هو مطلوب من منتجات بأقل كلفة ممكنة، ومن الجدير بالذكر هنا إن اختيار البديل الأفضل أو الأمثل يخضع لمعايير متعددة أهمها أن يحقق البديل أعلى الفوائد والمنافع أو أقل التكاليف والخسائر وهو ما يعرف بالبديل الأمثل.

إن هذين الشرطين (محدودية الموارد وتعدد البدائل) متلازمين بعضهما مع البعض الآخر عند تعلق الأمر بتطبيق أساليب بحوث العمليات في منظمة الأعمال والتي منها على نماذج سبيل المثال :

- أسلوب البرمجة الخطية والبرمجة بأعداد صحيحة
- أسلوب نماذج النقل
- أسلوب شبكات العمل
- أسلوب السيطرة على الخزين
- أسلوب تحليل ماركوف
- أسلوب خطوط الانتظار

وقد تستخدم واحدة أو أكثر من هذه الأساليب في كل وظيفة من الوظائف الإدارية، وهذه الأخيرة تتشعب وتنوع حسب نوع النشاط الإنتاجي أو الخدمي الذي تمارسه منظمة الأعمال، ولكن بشكل عام يتفق معظم المهتمين بالعلوم الإدارية إلى أن وظائف المنشأة كما يلي :

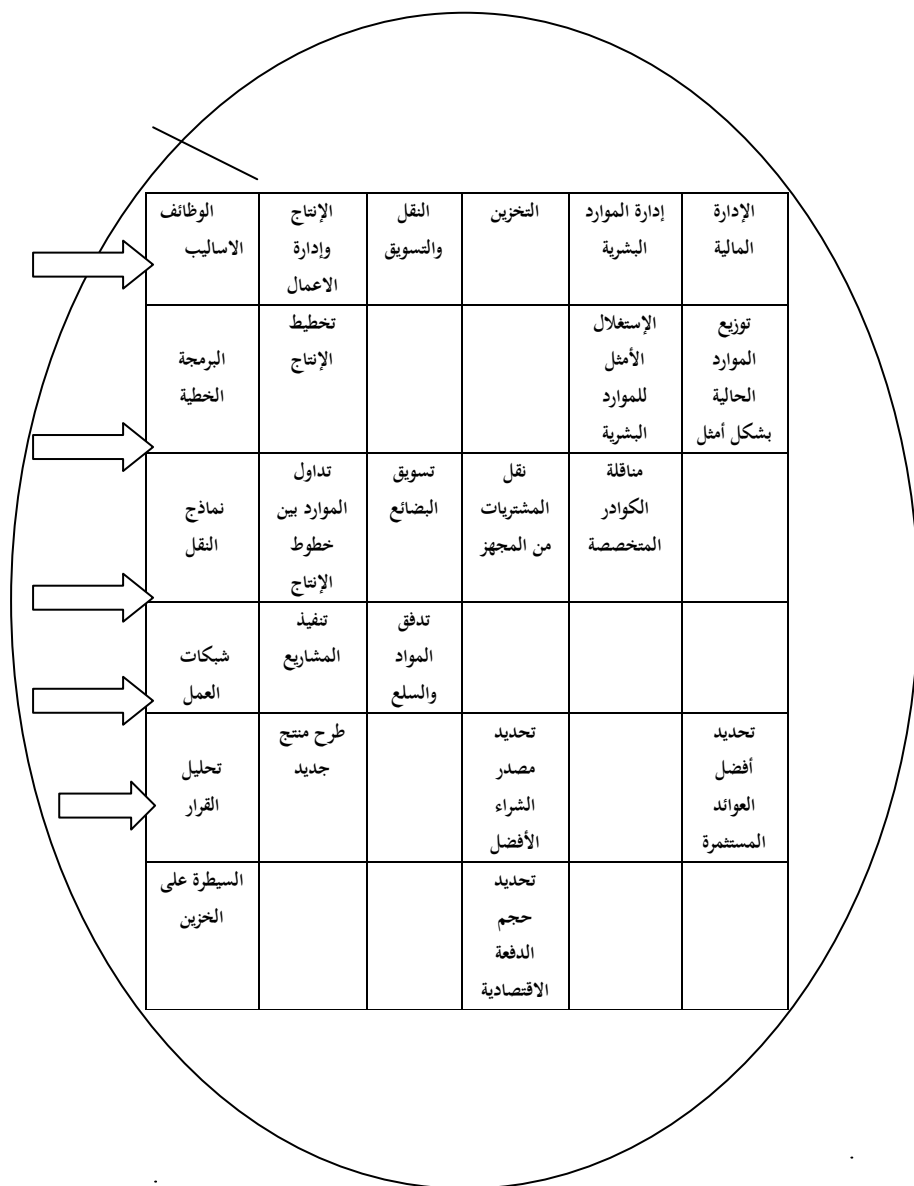
- الإنتاج وإدارة العمليات

- وظيفة النقل والتسويق
- السيطرة على الخزين (إدارة المواد والمشتريات)
- إدارة الموارد البشرية
- الإدارة المالية

وغير ذلك من المسميات التي قد تختلف من منشأة إلى أخرى .

إن في كل واحدة من هذه الوظائف يمكن أن تظهر مشكلات مختلفة، حيث إذا توفرت فيها الشرطين الوارد ذكرهما سابقا فان بالإمكان تطبيق أحد أساليب بحوث العمليات الذي يلائم الوظيفة أو المشكلة المدروسة، ومن الشكل رقم (1-1) يتضح أن البرمجة الخطية يمكن أن تستخدم لمعالجة مشكلة تخطيط الإنتاج ضمن إدارة الإنتاج والعمليات ومشكلة الاستغلال الأمثل للموارد البشرية ضمن وظيفة الأفراد والموارد البشرية وتوزيع الموارد المالية بشكل امثل ضمن وظيفة الإدارة المالية.

وفي نفس الوقت نجد ضمن وظيفة الإنتاج والعمليات على سبيل المثال يمكن أن يستخدم أكثر من أسلوب واحد من أساليب بحوث العمليات، حيث يمكن أن تستخدم البرمجة الخطية ونماذج النقل وشبكات العمل وتحليل القرار وغيرها من الأساليب، وبذلك تتضح الصورة العملية للمجالات المختلفة التي يتم خلالها تطبيق بحوث العمليات في منظمات الأعمال. وسوف نتضح الصور هذه بشكل أكثر عند دراسة أساليب محددة من بحوث العمليات كما سيرد ذلك في الفصل القادم الذي سوف يخصص لأسلوب البرمجة الخطية، ومن بعده أسلوب النقل وهكذا.



شكل رقم (1.1) مثال توضيحي لاستخدام أساليب بحوث العمليات في وظائف المنشأة ضمن منظمة الأعمال.

أسئلة الفصل الأول

- س1 : ما هو مفهوم منظمة الأعمال .
- س2: ما هو المقصود بمدخل دراسة إدارة الأعمال وما هو مفهوم المدخل .
- س3 :تكلم عن مدخل دراسة إدارة الأعمال وما هو المقصود بالمدخل الكمي
- س4: ما هو المقصود ببحوث العمليات كمدخل كمي لدراسة إدارة الأعمال .
- س5: تكلم عن مجالات تطبيق بحوث العمليات في الواقع العملي لمنظمات الأعمال.
- س6: ارسم شكل توضيحي يبين التداخل والتشابك بين أساليب بحوث العمليات والوظائف المعروفة في منظمات الأعمال .

المراجع العربية والأجنبية للفصل الأول

أولاً: المراجع العربية

1. زيارة، فريد فهمي " الإدارة ، الأصول والمبادئ " مطبعة الشعب / اربد
الأردن 2001.
2. آل علي ، رضا صاحب أبو حمد ، الموسوي ، سنان كاظم ، " الإدارة لمحات
معاصرة " مؤسسة الوراق / عمان - الأردن 2001.
3. آل علي ، رضا صاحب ، الفضل ، مؤيد عبد الحسين " أساسيات اقتصاديات
الأعمال " دار المناهج - عمان - الأردن 2002.
4. الفضل ، مؤيد عبد الحسين ، شبر ، نجاح باقر ، "بحوث العمليات وتطبيقاتها في
وظائف المنشأة"، دار زهران للنشر والتوزيع عمان / الأردن 1999.
5. الفضل ، مؤيد عبد الحسين ، نمذجة القرارات الإدارية، دار اليازوري للنشر
عمان / الأردن -1999.
6. مشرقي ، حسن علي / نظرية القرارات الإدارية / مدخل كمي في الإدارة ، دار
السيرة للنشر والتوزيع / عمان - الأردن 1997.
7. الفضل ، مؤيد عبد الحسين ، شعبان ، عبد الكريم هادي، المحاسبة الإدارية
ودورها في ترشيد القرارات في المنشأة , دار زهران للنشر والتوزيع /عمان
الأردن 2003.

ثانياً: المراجع الأجنبية

1. Schermerhorn, F. **Management and Organizational Behavior** "OhioUniversity", 1996
2. Taylor .L. **"Operation Management"**, London, Home Wood,1998.
3. **Fundamentals at Management Home** " Doone,L,j. wood, Fllions, Irwin 1990.
4. TAHA,H.A., **Operation Research –An-Introduction**, Prentice Hall , New York 1997.

الفصل الثاني
البرمجة الخطية
**Linear
Programming**

الفصل الثاني

البرمجة الخطية Linear programming

1.2. مفهوم البرمجة الخطية ومستلزمات تطبيقها

تعرف البرمجة الخطية بأنها طريقة رياضية لتخصيص الموارد النادرة أو المحدودة من أجل تحقيق هدف معين، حيث يكون من المستطاع التعبير عن الهدف والقيود التي تؤثر على تحقيقه بنموذج رياضي يتضمن مجموعة من المعادلات أو المتباينات الخطية. وتعتبر البرمجة الخطية من أكثر نماذج بحوث العمليات استخداما في مجال دعم متخذ القرار.

ومن أمثلة الحالات التي تقدم فيها دعما لمتخذ القرار ما يلي :

1. عندما يريد مدير الإنتاج تحديد المزيج الإنتاجي باستخدام الموارد المتاحة له بما يليب الطلب على المنتجات في فترة أو فترات قادمة، فإن الهدف سيكون تقليل أجمالي تكاليف الإنتاج والخزين .
 2. اختبار حقبة الاستثمار في الأسهم و السندات المالية ، وعندها سيكون الهدف الذي يسعى إلى تحقيقه المدير المالي أو المحلل المالي هو تعظيم الأرباح.
 3. عندما يخطط مدير التسويق إلى توزيع المبلغ المخصص لموازنة الإعلان على وسائل الإعلان المختلفة، فإنه يهدف إلى تحديد المزيج الإعلاني الذي يحقق تعظيم فاعلية الإعلان.
 4. تحقيق الاستغلال الأمثل لمنافذ التوزيع وتحديد كمية البضائع والسلع التي يتم تجهيزها إلى مراكز الاستلام بحيث تكون التكاليف الكلية أقل ما يمكن.
- من خلال الأمثلة أعلاه و التي تعتبر من الحالات التي نجحت فيها البرمجة الخطية في تقديم الدعم المناسب لمتخذ القرار يمكن توضيح مستلزمات تطبيق البرمجة الخطية بما يلي :

1. وجود هدف واضح يسعى متخذ القرار إلى تحقيقه، والذي يأخذ اتجاهين، الأول تعظيم العوائد Maximization والثاني تقليل التكاليف Minimization وفي كلا الاتجاهين يعبر عن الهدف كمياً.
2. قيود تحدد المجال الذي يتحرك فيه متخذ القرار والتي تنشأ من محدودية أو قلة الموارد المتاحة على سبيل المثال في المنشأة الإنتاجية يعني إن كمية المواد الأولية أو الموارد البشرية والطاقات المختلفة تتسم في كونها ذات كلفة مؤثرة في هيكل الكلف الخاصة بالإنتاج، وهي غير متوفرة في الواقع العملي بشكل مطلق.
3. توفير عدد من البدائل التي يمكن الاختيار فيما بينها لاستخدام الموارد المتاحة

2.2. الصياغة الرياضية للبرمجة الخطية

يهدف نموذج البرمجة الخطية إلى تحديد قيمة دالة الهدف من خلال معرفة قيم $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ والتي تمثل متغيرات القرار وتكون دالة الهدف في النموذج الرياضي كالتالي:

$$\text{Max (Min) } Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

أي أن هدف الدالة سيكون إما تعظيم (Max) للعوائد أو تقليل (Min) التكاليف وتمثل $(C_1, C_2, \dots, C_n)$ معاملات لمتغيرات القرار والتي يمكن أن تكون سعر ، ربح أو كلفة منتج وتمثل $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ متغيرات القرار والتي تعبر أما عن سلع أو مستوى نشاط معين وتتأثر قيمة دالة الهدف بمجموعة من القيود والتي تعبر عن ندرة الموارد المتاحة ومحدوديتها، ويعبر عن هذه القيود رياضياً كالتالي:

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n &\leq, \geq b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n &\leq, \geq b_2 \\ \vdots & \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n &\leq, \geq b_m \end{aligned}$$

وإضافة إلى القيود الأساسية هنالك قيود منطقية تنسجم مع طبيعة المشاكل التي تساهم في حلها البرمجة الخطية وتسمى هذه القيود بقيود عدم السلبية أي أن الحل الذي يقدمه النموذج يجب أن يكون ذات قيم موجبة ويعبر عن هذه القيود كما يلي :

$$X_1, X_2, \dots, X_n \geq 0$$

كما يمكن كتابة النموذج الرياضي السابق كما يلي:

$$1. \text{ دالة الهدف تعظيم او تقليل } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \text{Max. or Min}$$

$$2. \text{ القيود الأساسية } \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j (\leq, =, \geq) b_i$$

$$3. \text{ قيد اللاسلبية } X_j \geq 0$$

حيث أن

$$i = 1, 2, 3 \dots m$$

$$j = 1, 2, 3, \dots n$$

X_j : قيمة متغير القرار (j) والذي يمثل سلعة أو نشاط

C_j : معامل (X_j) في دالة الهدف و يمثل ربح أو سعر أو كلفة

a_{ij} : ما يحتاجه المتغير (X_j) من المورد (i) لإنتاج وحدة واحدة

b_i : الطاقة المتاحة من المورد (i)

3.2. طرق حل مشكلة البرمجة الخطية

يمكن حل مشكلة البرمجة الخطية بثلاث طرق وكالاتي :

1. طريقة الحل البياني The Graphical Solution Method

2. طريقة الحل الجبري The Algebraic Solution Method

3. الطريقة المبسطة The Simplex Method

وتعتبر طريقة الحل البياني والطريقة المبسطة الأكثر شيوعا واستخداما سواء في مجال الكتب الأكاديمية أو التطبيقات العملية لذلك سيقصر العرض على هاتين الطريقتين .

1.3.2. طريقة الحل البياني

عندما تكون مشكلة البرمجة الخطية متضمنة لمتغيرين فقط يبحث متخذ القرار عن قيمتهما فأن طريقة الحل البياني هي المفضلة في إيجاد الحل ويمكن تلخيص مضمون هذه الطريقة بالخطوات التالية:

1. تمثيل كل متغير بأحد الإحداثيات (الأفقي أو العمودي) والمعروفة في قواعد الرسم البياني.

2. تمثيل كل قيد بخط مستقيم بعد تحويله من متباينة إلى معادلة وذلك بإيجاد نقطتين لكل قيد بحيث أن نقطة تمثل المتغير الأول والثانية للمتغير الثاني.

3. عند رسم كل قيد تحدد الحلول الممكنة للمشكلة وذلك حسب طبيعة قيود المشكلة والتي تأخذ ثلاث حالات:

أ. قيد بإشارة $(\leq)$ اقل أو يساوي تكون مساحة الحل الممكن على الخط المستقيم و أسفل الخط

ب. قيد بإشارة $(\geq)$ أكبر أو يساوي تكون مساحة الحل الممكن على الخط المستقيم و فوق الخط

ج. قيد بإشارة $(=)$ يساوي تكون مساحة الحل الممكن واقعه على المستقيم نفسه.

4. بعد رسم جميع قيود المشكلة ستحدد مساحة منطقة الحلول الممكنة Feasible (Solution Area) وهذه المنطقة التي تظهر من تقاطع الخطوط المستقيمة الممثلة للقيود، تمثل مساحة مشتركة تستجيب لشروط جميع قيود المشكلة.

5. يحدد الحل الأمثل بعد اختبار النقاط الركنية لمنطقة الحلول الممكنة في معادلة دالة الهدف، وتكون نقطة الحل الأمثل هي الأعلى قيمة إذا كانت دالة الهدف بإشارة (Max تعظيم) والأقل قيمة إذا كانت دالة الهدف بإشارة (Min تقليل).

مثال 1.2.:

تم بناء مصنع لإنتاج نوعين من الملابس، (رجال ، ولادي) وكانت الموارد المتاحة (3000 متر من القماش و (4200 ساعة عمل شهريا. تحتاج كل قطعة ملابس رجالية إلى (3) متر قماش و (4 ساعات عمل بينما تحتاج كل قطعة ملابس ولادي إلى (1) متر قماش و (3) ساعات عمل وكان الربح المتوقع عند بيع القطعة الرجالية (15 دينار والربح المتوقع من بيع القطعة الولادي (7 دينار.

المطلوب: تحديد عدد القطع الواجب إنتاجها من كل نوع لتحقيق أعلى أرباح ممكنة.

الحل: لإيجاد المطلوب نتبع الخطوات التالية :

أولاً: بناء نموذج الرياضي للمشكلة حيث نفترض أن

كمية الإنتاج من البدلات الرجالية $X_1 =$

كمية الإنتاج من بدلات الولادي $X_2 =$

والنموذج الرياضي سيكون كالآتي .

$$\text{Max } Z = 15X_1 + 7X_2 \text{---- دالة الهدف}$$

قيد القماش يقدر ساعات العمل

$$3X_1 + X_2 \leq 3000$$

$$4X_1 + 3X_2 \leq 4200$$

2. القيود

$$X_1, X_2, \geq 0 \quad \text{3. قيد عدم السلبية}$$

ثانياً: يمثل المتغير (X_1) بالمحور الأفقي والمتغير (X_2) بالمحور العمودي، وإيجاد النقاط الممثلة لكل قيد من القيود المشكلة ويتم الربط بينهما بخط مستقيم، ويتم ذلك من خلال إيجاد نقطتين لكل قيد يتم تعيين أحدهما على المحور الأفقي والأخرى على المحور العمودي ويكون الخط المستقيم الوصل بينهما ممثلاً للقيد ومحققاً له.

وبتطبيق ذلك على المثال الحالي يتم هذا الأمر على النحو التالي:

$$\text{أ. نقاط القيد الأول } 3X_1 + X_2 \leq 3000$$

نحول المتباينة إلى حالة مساواة:

$$3X_1 + X_2 = 3000$$

نفترض أن $X_1 = 0$ ونعوض في معادلة القيد فتكون قيمة $X_2 = 3000$

وهذه هي النقطة الأولى $(0, 3000)$ وب نفس الأسلوب نستخرج النقطة الثانية

بافتراض أن $X_2 = 0$ فتكون قيمة $X_1 = 1000$

فتكون النقطة الثانية $(1000, 0)$.

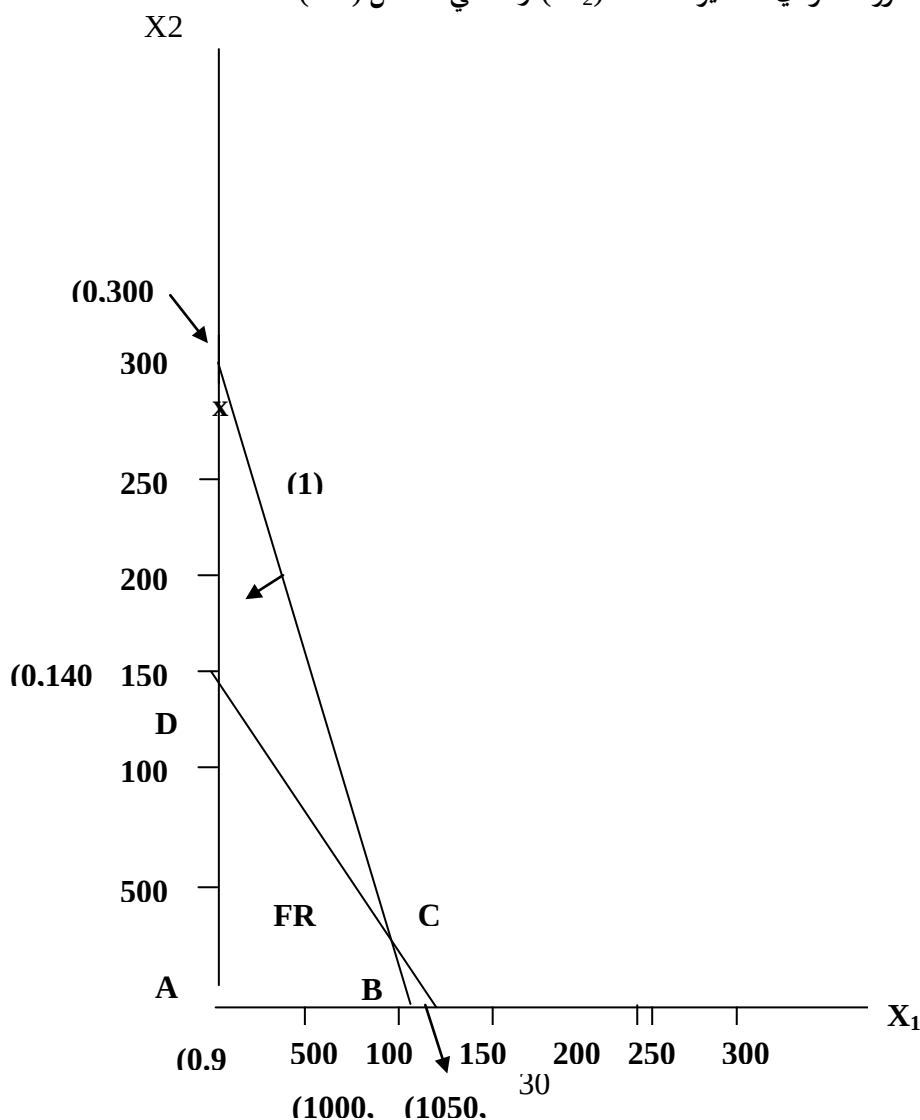
ب. نقاط القيد الثاني: ويتم استخراجها بنفس الإجراءات التي طبقت على القيد الأول فتكون نقاط القيد الثاني كالآتي:

النقطة الأولى: $(0, 1400)$.

النقطة الثانية: $(1050, 0)$.

ج. نقوم برسم المحور الأفقي ممثلاً للمتغير (X_1) .

والمحور العمودي للمتغير (X_2) وكما في الشكل (1-2).



شکل (1-2)

- نقوم بتمثيل نقاط القيد الأول في الرسم البياني ونصل بينهما بخط مستقيم يمثل معادلة القيد ونؤشر له برقم (1) داخل دائرة لتمييزه من القيود الأخرى، وبما إن إشارة القيد ($\leq$) فإن منطقة الحلول الممكنة لهذا القيد تنحصر بين الخط المستقيم نزولاً إلى نقطة الأصل.
- بنفس الأسلوب تمثل نقاط القيد الثاني ونصل بينهما بخط مستقيم وتكون منطقة الحلول الممكنة لهذا القيد من المستقيم نزولاً إلى نقطة الأصل.
- نحدد منطقة الحلول الممكنة لكلا القيدين والتي تمثل نقاطها حلولاً ممكنة للنموذج تتوافق مع متطلبات القيد معاً وتتمثل في الرسم بالمنطقة المضللة أسفل نقاط تقاطع القيدين.
- تحتوي هذه المنطقة نقاط كثيرة يصعب اختبارها جميعاً لإيجاد الحل الأمثل لذلك نقوم باختيار النقاط الركنية لهذه المنطقة لتحديد نقطة الحل الأمثل. ونحدد احداثيات هذه النقاط وكما يلي:
- $(0,0) = A$
 $(1000,0) = B$
 $(960,120) = C$
 $(0, 1400) = D$
- نختبر النقاط أعلاه في دالة الهدف لتحديد نقطة الحل الأمثل وكالاتي:

$$\text{Max } Z = 10X_1 + 7X_2$$

$$Z=10(0) + 7(0) = 0 \quad = A$$

$$Z=10(1000) + 7(0) = 10000 \quad = B$$

$$Z=10(960) + 7(120) = 10440 \quad = C$$

$$Z=10(0) + 7(1400) = 9800 \quad = D$$

(C) من خلال النتائج أعلاه يتضح أن نقطة الحل الأمثل تتمثل بنقطة (960, 120) أي أن عدد القطع الواجب إنتاجها ستكون كالتالي:

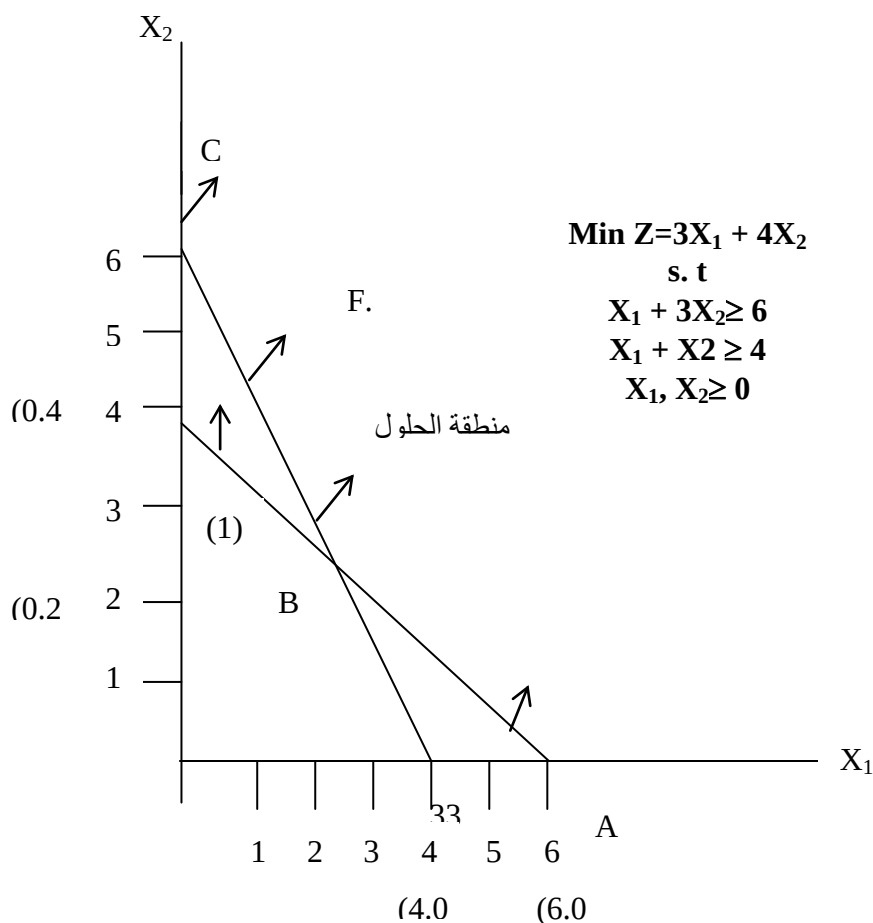
بدلة رجالية: 960 بدلة

بدلة ولادية: 120 بدلة

الأرباح المتوقعة: 10440

1.1.3.2 طريقة الحل البياني لمشكلة التقليل:

لتوضيح الفروقات بين استخدام طريقة الحل البياني في حل مشكلة التعظيم ومشكلة التقليل، نأخذ المثال الآتي:



شكل (2-2)

- كما نلاحظ في النموذج أعلاه فإن الهدف من حل النموذج البحث عن نقطة الحل التي تحقق أقل قيمة لدالة الهدف، وإن إشارة القيود أكبر أو تساوي ($\geq$) وسنلاحظ أثر هذين العاملين في خصائص الحل باستخدام الطريقة البيانية.
- إن خطوات الحل يمكن أيضاً كما يأتي:

1. إيجاد النقاط الممثلة لكل قيد بنفس القواعد التي تم شرحها في الفقرة 1.3.2.

- نقاط القيد الأول: $X_1 + 3X_2 = 6$

النقطة الأولى: (0, 2)

النقطة الثانية: (6, 0)

- نقاط القيد الثاني: $X_1 + X_2 = 4$

النقطة الأولى: (0, 4)

النقطة الثانية: (4, 0)

2. نقوم برسم المحور الأفقي ممثلاً للمتغير (X_1) والمحور العمودي للمتغير (X_2) وكما في الشكل (2-2).

3. نمثل نقاط القيد الأول في الرسم البياني ونصل بينهما بخط مستقيم ليمثل معادلة القيد الأول وبما إن إشارة القيد أكبر أو يساوي ($\geq$) فإن منطقة الحلول الممكنة لهذا القيد تنحصر بين الخط المستقيم صعوداً إلى الأعلى.

وبنفس الأسلوب نرسم الخط المستقيم للقيد الثاني وتكون منطقة الحلول الممكنة لهذا القيد من الخط المستقيم صعوداً إلى الأعلى.

4. تحدد منطقة الحلول الممكنة لكلا القيدين والتي تمثل نقاطها حلول ممكنة للنموذج تحقق شروط القيدين معاً. ويمثل هذه المنطقة بالمنطقة المظللة فوق نقاط القيدين وكما موضحة في الشكل (2-2).

5. كما نلاحظ في الرسم، تحتوي هذه المنطقة نقاط كثير يصعب اختبارها جميعاً لتحديد نقطة الحل الأمثل، وبما إن دالة الهدف بإشارة تقليل (Min)، فإننا نختار النقاط الركبية التي تقع عند الحدود السفلى لمنطقة الحلول الممكنة وهذه النقاط تمثل بما يلي:

$$(6, 0) = A$$

$$(3,1) = B$$

$$(0,4) = C$$

وتختبر هذه النقاط في دالة الهدف لتحديد نقطة الحل الأمثل وكما يلي:

$$\text{Min } Z = 3X_1 + 4X_2$$

$$Z=3(6) + 4(0) = 18 \quad = A$$

$$Z=3(3) + 4(1) = 13 \quad = B$$

$$Z=3(0) + 4(4) = 16 \quad = C$$

في ضوء النتائج أعلاه يتضح إن نقطة الحل الأمثل تتمثل بالنقطة (B)، (3,1) لأنها تحقق أقل قيمة لدالة الهدف وهي (13).

2.3.2. الطريقة المبسطة (Simplex Method)

تعتبر هذه الطريقة من أهم الطرق المستخدمة في حل مشاكل البرمجة الخطية وذلك لأنها تتمكن من اتخاذ القرار من حل المشاكل المعقدة التي تحتوي على أكثر من متغيرين حيث إن طريقة الحل البياني لا يمكن أن تساهم إلا في حل المشاكل ذات المتغيرين، كما إن هذه الطريقة تتميز بالدقة العالية، وإن كفاءة استخدامها أصبحت عالية بفضل استخدام البرامجيات الجاهزة، حيث أصبحت هذه البرامجيات عاملاً مهماً في اتساع استخدام البرمجة الخطية ونماذج بحوث العمليات الأخرى.^(*)

تتميز الطريقة المبسطة بأنها تتضمن مجموعة من المراحل التي خلالها يتحسن الحل الأول والذي يسمى الحل الابتدائي وصولاً إلى الحل الأمثل ويمكن عرض هذه المراحل كما يلي:

المرحلة الأولى: تكوين النموذج القياسي

(*) من البرمجيات الشائعة الاستخدام (Win QSB) ، (QM) ، (DS For Windows) ، (Tora) ، وجميع هذه البرامجيات باللغة الانجليزية .

تتمثل هذه المرحلة بتحويل النموذج الأولي لمشكلة البرمجة الخطية (Primal Model) إلى النموذج القياسي (Standard Model) وتتلخص هذه الخطوة بما يلي:

1. تحويل المتباينات في النموذج الأولي إلى معادلات وكالاتي:

أ. إذا كانت إشارة القيد $(\leq)$ أقل أو يساوي يتم إضافة متغير مكمل إلى الجانب الأيسر للقيد ويسمى المتغير الخامل (Slack Variable) (ونرمز له بـ (S_i)) ويظهر هذا المتغير بمعامل (0) في دالة الهدف.

ب. إذا كانت إشارة القيد $(\geq)$ أكبر أو يساوي فيتم طرح متغير فائض (Surplus Variable) من الجانب الأيسر للقيد ونرمز له بـ (S_i) ثم نضيف متغير اصطناعي (Artificial Variable) وترمز له بـ (a_i) . ونضيف المتغير الفائض إلى دالة الهدف بمعامل (0). أما المتغير الاصطناعي فيظهر بإشارة موجبة وبمعامل (M) والتي نرمز إلى معامل رقمي كبير وذلك في حالة كون دالة الهدف بإشارة (Min) تقليل. أما إذا كانت دالة الهدف (Max) فنضيف المتغير الفائض بمعامل (0) والمتغير الاصطناعي بإشارة سالبة وبمعامل (M).

ج. إذا كانت إشارة القيد $(=)$ مساواة فيتم إضافة متغير اصطناعي للقيد ويضاف إلى دالة الهدف بإشارة موجبة وبمعامل (M) إذا كانت الدالة (تقليل) (Min)، وبإشارة سالبة وبمعامل (M) إذا كانت الدالة تعظيم (Max). ويمكن توضيح القواعد السابقة كما في الجدول (1-2).

جدول (1-2) قواعد تحويل المتباينات إلى معادلات

نوع القيد	الإجراء	دالة الهدف Max	دالة الهدف Min
$\leq$	+S	OS	OS
$\geq$	-S+a	OS-Ma	OS+Ma

+Ma	-Ma	+a	=
-----	-----	----	---

المرحلة الثانية:

تكوين جدول الحل الابتدائي للحصول على حل أولي ممكن والذي يناظر الحل الأولي عند نقطة الأصل في طريقة الحل البياني، وتنظم بيانات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي كما مبين في الجدول (2-2).

المرحلة الثالثة:

التحقق من أمثلية الحل في المرحلة السابقة وذلك من خلال قيم الصف $(C_j - Z_j)$ والذي يسمى صف تقييم الحل. والذي يعبر عن مساهمة كل متغير من متغيرات دالة الهدف عند إضافة وحدة واحدة. ويتم التقييم كالآتي:

أ. إذا كانت دالة الهدف تعظيم (Max) فإن الحل الأمثل يتحقق عندما تكون قيم $(C_j - Z_j)$ تساوي أو أقل من صفر أي $(C_j - Z_j \leq 0)$.

ب. إذا كانت دالة الهدف تقليل (Min) فإن الحل الأفضل يتحقق عندما تكون قيم $(C_j - Z_j)$ تساوي أو أكبر من صفر أي $(C_j - Z_j \geq 0)$.

فإذا تحقق شرط الأمثلية يتم التوقف عند هذه المرحلة ويكون الحل المتحقق الحل الأمثل وإذا لم يتحقق ننتقل إلى المرحلة الرابعة.

المرحلة الرابعة:

تحديد المتغير الداخل (Entering Variable) والمتغير الخارج (Leaving Variable):

- يتم تحديد المتغير الداخل على اساس قيم صف تقييم الحل $(C_j - Z_j)$ فإذا كانت دالة الهدف تعظيم (Max) نختار (أعلى قيمة موجبة) ويكون المتغير المرتبط بها المتغير الداخل ويسمى العمود الذي يقع فيه بالعمود المحوري (Pivot Column).

- أما إذا كانت دالة الهدف تقليل (Min) نختار أعلى قيمة (بإشارة سالبة) في صف (Cj-Zj) ويكون المتغير المرتبط بها المتغير الداخل.

جدول (2-2) الحل الابتدائي

متغيرات دالة الهدف		X ₁	X ₂	...X _n	S ₁	S ₂	S _m	b _i
المتغيرات الأساسية C	معاملات							
	متغيرات دالة الهدف C _j	C ₁	C ₂	...C _n	0	0	0	
	S ₁	0	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₄	1	0	b ₁
	S ₂	0	a ₂₁	a ₂₂	a ₂₄	0	1	b ₂
	⋮							
	S _m	0	a _{n1}	a _{n2}	a _{mn}	0	0	b _m
	Z _j	0	0	0	0	0	0	0
	C _j -Z _j	C ₁	C ₂	C _n	0	0	0	

قيمة
دالة
الهدف

- أما المتغير الخارج فيحدد بقسمة قيم العمود (bi) على القيم المناظرة لها في العمود المحوري، ويكون المتغير الخارج الذي يقابل أقل حاصل قسمة موجبة ويسمى الصف الذي يقع فيه المتغير الخارج بالصف المحوري (Pivot Row) ويسمى العنصر الذي يتقاطع عنده العمود المحوري مع الصف المحوري بالعنصر المحوري (Pivot Element).

المرحلة الخامسة:

تكوين جدول جديد، يتم تكوين الجدول الجديد بإجراء بعض الحسابات على مصفوفة المعاملات في جدول الحل الأولي حيث يرتبط الجدول الجديد بهذا الجدول باعتباره مرحلة لاحقة له وتتلخص هذه الحسابات بما يلي:

1. قسمة عناصر الصف المحوري على العنصر المحوري والذي نرمز له بـ (a_{pq})

حيث تمثل p : رقم الصف المحوري في مصفوفة المعاملات.

q : رقم العمود المحوري في مصفوفة المعاملات

ويسمى الصف الناتج بصف العمل (Working Row).

2. حساب قيم عناصر الصفوف الأخرى بموجب القاعدة التالية:

$$\left[\begin{array}{c} \text{(العنصر المقابل لها في الصف المحوري)} \times \text{(العنصر المقابل لها في العمود المحوري)} \\ \hline \text{القيمة الجديدة} = \text{القيمة الحالية} \end{array} \right] \text{العنصر المحوري} (a_{pq})$$

وبعد اكتمال عملية الحساب يتم تقييم أمثلية الحل كما في المرحلة الثالثة. ويمكن توضيح مراحل الحل كما في المخطط الانسيابي شكل (2-3).

ويمكن توضيح هذه المراحل كما في المثال الآتي:

شركة الكترونية تقوم بتجميع نوعين من أجهزة الحاسوب الربح المتوقع للنوع الأول (50) دينار والنوع الثاني (40) دينار، الطاقة الإنتاجية المتاحة للتجميع (150) ساعة اسبوعياً ويحتاج النوع الأول إلى (3) ساعات والنوع الثاني إلى (5) ساعات للتجميع.

وكانت الطاقة التخزينية (300) قدم مربع، ويحتاج النوع الأول إلى (8) قدم مربع والثاني إلى (5) قدم مربع. كما إن إدارة الخزين أوضحت بإنها تملك للنوع الثاني من الحاسوب مكونات لتجميع (20) جهاز فقط.

المطلوب:

تحديد عدد الأجهزة الواجب تجميعها من كلا النوعين لتحقيق أعلى أرباح ممكنة.

الحل:

- نفرض أن X_1 = عدد الوحدات من النوع الأول

X_2 = عدد الوحدات من النوع الثاني

- النموذج الرياضي الذي يمثل المشكلة أعلاه كما يلي:

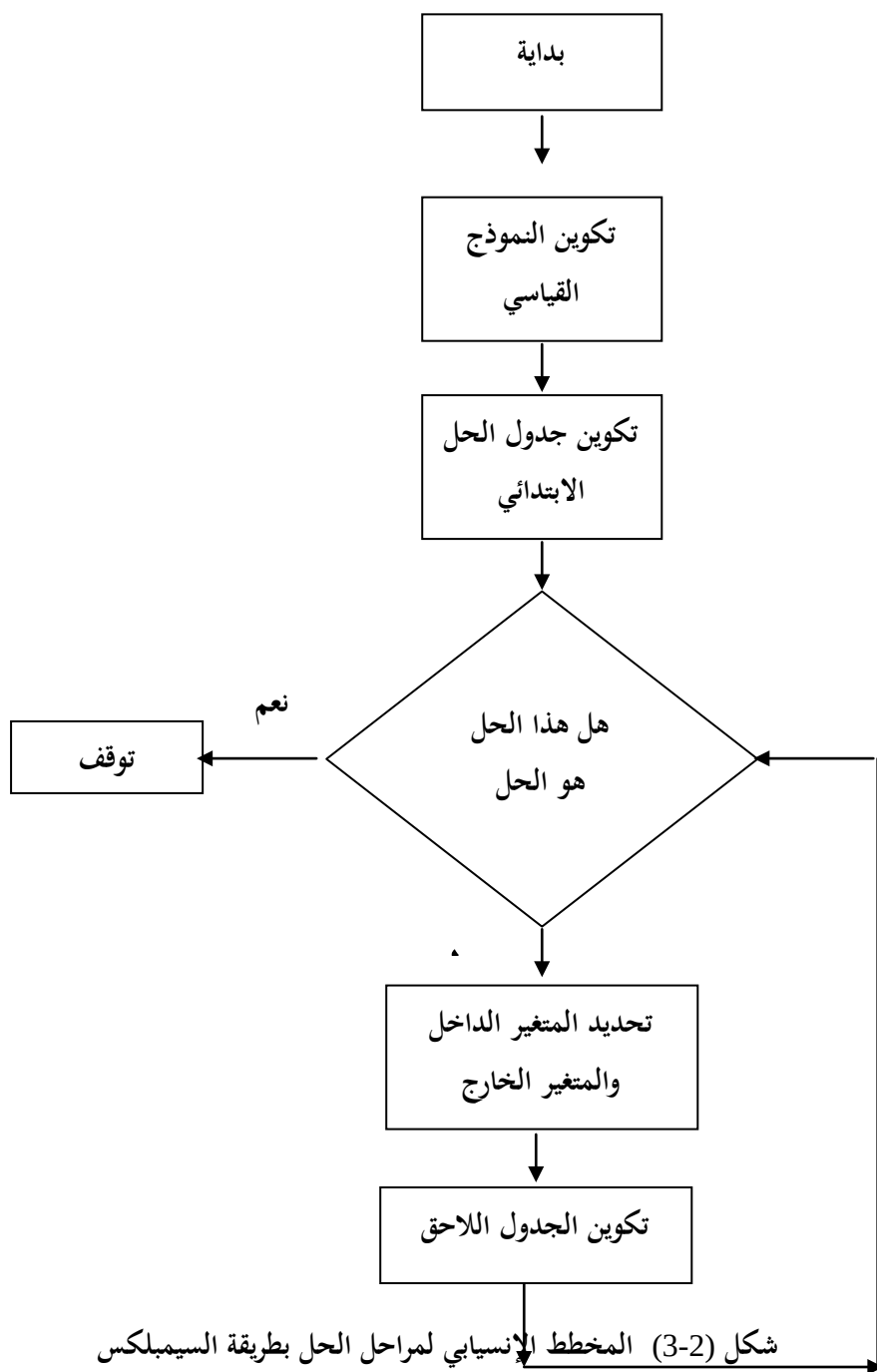
$$\text{Max } 50X_1 + 40X_2$$

s. t

$$\rightarrow 3X_1 + X_2 \leq 150 \text{ قيد الطاقة}$$

$$\rightarrow X_2 \leq 20 \text{ قيد مكونات النوع الثاني}$$

$$\rightarrow 8X_1 + 5X_2 \leq 300 \text{ قيد طاقة التخزين}$$



1. نقوم بتكوين النموذج القياسي كما مبين أدناه:

$$\text{Max } 50X_1 + 40X_2 + OS_1 + OS_2 + OS_3$$

s.t

$$3X_1 + 5X_2 + S_1 = 150$$

$$X_2 + S_2 = 20$$

$$8X_1 + 5X_2 + S_3 = 300$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

2. نكون جدول الحل الابتدائي باستخدام معطيات النموذج القياسي وكما موضح في الجدول (3-2).

ومن الجدول نلاحظ ما يلي:

- إن الحل الاساسي في الجدول يتمثل بوجود المتغيرات الخاملة في الحل أي أن قيمة دالة الهدف = 0 وإن $S_1 = 120$ ، $S_2 = 20$ ، $S_3 = 300$ ، وهذا يعني عدم استغلال الطاقات الإنتاجية المتاحة بالكامل.

- تم استخراج قيم Z_j كالآتي:

$$Z_1 = 0(3) + 0(0) + 0(8) = 0$$

$$Z_2 = 0(5) + 0(1) + 0(5) = 0$$

$$Z_3 = 0(1) + 0(0) + 0(0) = 0$$

$$Z_4 = 0(0) + 0(0) + 0(1) = 0$$

$$Z_5 = 0(0) + 0(0) + 0(1) = 0$$

$$Z_6 = 0(150) + 0(20) + 0(300) = 0 \text{ قيمة دالة الهدف}$$

- تم استخراج قيم $Z_j - C_j$ بطرح معامل كل متغير في صف C_j من القيمة المناظرة

لها في صف Z_j ، فمثلاً معامل $X_1 = 50$ والذي يمثل C_1 و $Z_1 = 0$ ، إذن:

$$C_1 - Z_1 \Rightarrow 50 - 0 = 50 \text{ وهكذا لبقية}$$

- قيمة دالة الهدف تتمثل بقيمة (0) التي تقع تحت عمود (bi) وفي نهاية صف Zj

جدول (3-2) الحل الابتدائي

الحل الاساس	Cj	العمود المحوري X ₁ 50	X ₂ 40	S ₁ 0	S ₂ 0	S ₃ 0	b _i	
S ₁	0	3	5	1	0	0	150	$\frac{150}{3} = 50$
S ₂	0	0	1	0	1	0	20	$\frac{20}{0} =$
S ₃	0	8	5	0	0	1	300	$\frac{300}{8} = 37.5$
Zj		0	0	0	0	0	0	
Cj-Zj		50	40	0	0	0	0	الصف المحوري

العنصر
المحوري

3. من خلال تقييم قيم صف (Cj-Zj) نلاحظ وجود قيم موجبة وهذا يعني عدم تحقق

الحل الأمثل لذلك نبحث عن حل أفضل من خلال تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج. نبحث عن أعلى قيمة موجبة في صف (Cj-Zj) لأنها تعطي أعلى مساهمة لدالة الهدف وفي المثال الحالي تتمثل بـ (50) والتي تقع تحت المتغير (X₁) وبالتالي فإن (X₁) هو المتغير الداخل وعموده هو العمود المحورين، أي إن العمود الأول هو العمود المحوري. نقوم بقسمة قيم عمود b_i على قيم العمود المحوري وكما يلي:

$$37.5 = \frac{300}{8} , \quad 50 = \frac{150}{3}$$

ونختار اقل حاصل قسمة موجبة وهي 37.5 وبذلك فإن (S_3) هو المتغير الخارج وإن الصف الثالث هو الصف المحوري وإن العنصر (a_{31}) ويساوي (8) هو العنصر المحوري والذي عنده يتقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري، وكما مؤشر في الجدول (3-2).

4. نقوم بتكوين جدول جديد وكما في الجدول (4-2) الذي بموجبه نحصل على الحل الأفضل، وذلك بعد إجراء الحسابات التالية:

1. تكوين صف العمل وذلك بقسمة الصف المحوري على العنصر المحوري

$$\frac{8}{8} = 1, \frac{5}{8}, \frac{0}{8} = 0, \frac{0}{8} = 0, \frac{1}{8}, \frac{300}{8} = \frac{75}{2}$$

2. تكوين الصف الأول للجدول الجديد بموجب العلاقة التالية:

$$\text{القيمة الجديدة} = \text{القيمة الحالية} - \frac{(\text{القيمة المقابلة لها في الصف المحوري}) \times (\text{القيمة المقابلة لها في العمود المحوري})}{abq}$$

abq

$$3 - \frac{(8)(3)}{8} = 0, \quad 5 - \frac{(3)(5)}{8} = \frac{25}{8}, \quad 1 - \frac{(3)(0)}{8} = 1, \\ 0 - \frac{(3)(0)}{8} = 0, \quad 0 - \frac{(1)(3)}{8} = -\frac{3}{8}, \quad 150 - \frac{(300)(3)}{8} = \frac{75}{2}$$

3. تكوين الصف الثاني بنفس الطريقة ونحصل على:

$$20 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0$$

جدول (4-2) الحصول على الحل الأفضل

الحل الاساس	Cj	X ₁ 50	X ₂ 40	S ₁ 0	S ₂ 0	S ₃ 0	b _i	
S ₁	0	0	$\frac{25}{8}$	1	0	$-\frac{3}{8}$	$\frac{75}{2}$	$\frac{75}{25} = 12$
S ₂	0	0	1	0	1	0	20	$\frac{20}{1} = 20$
X ₁	50	1	$\frac{5}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{75}{2}$	$\frac{75}{5} = 60$
Zj		50	$\frac{250}{8}$	0	0	$\frac{50}{8}$	1875	
Cj-Zj		0	$\frac{70}{8}$	0	0	$-\frac{50}{8}$		

4. يتم احتساب صف Zj وكما يلي:

$$Z_1 = 0(0) + 0(0) + 50(1) = 50$$

$$Z_2 = 0\left(\frac{25}{8}\right) + 0(1) + 50\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{250}{8}$$

$$Z_3 = 0(1) + 0(0) + 50(0) = 0$$

$$Z_4 = 0(0) + 0(1) + 50(0) = 0$$

$$Z_5 = 0\left(\frac{-3}{8}\right) + 0(0) + 50\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{50}{8}$$

$$Z_6 = 0\left(\frac{75}{2}\right) + 0(20) + 50\left(\frac{75}{2}\right) = 1875$$

قيمة دالة الهدف

5. حساب صف $C_j - Z_j$ وكما يلي:

$$C_1 - Z_1 = 50 - 50 = 0$$

$$C_2 - Z_2 = 40 - \frac{250}{8} = \frac{70}{8}$$

$$C_3 - Z_3 = 0 - 0 = 0$$

$$C_4 - Z_4 = 0 - 0 = 0$$

$$C_5 - Z_5 = 0 - \frac{50}{8} = -\frac{50}{8}$$

5. يتم تقييم قيم صف $(C_j - Z_j)$ فنلاحظ وجود قيمة موجبة تحت المتغير (X_2) وهذا

يعني إن الحل الحالي لا يمثل الحل الأمثل لذلك نقوم بتكرار الخطوات الأربعة التي أجريناها على جدول الحل الابتدائي. حيث يتحدد (X_2) كمتغير داخل لأنه يمتلك أعلى قيمة موجبة في صف $(C_j - Z_j)$ ويكون العمود الثاني هو العمود المحوري ثم نقوم بقسمة قيم العمود (b_i) على قيم العمود المحوري المناظرة لها فنحصل على:

$$\frac{\frac{75}{2}}{\frac{25}{8}} = 12, \quad \frac{20}{1} = 20, \quad \frac{\frac{75}{2}}{\frac{5}{8}} = 60$$

وكما نلاحظ فإن أقل حاصل قسمة هو (12) ويقابل المتغير الخامل (S_1) أي أن (S_1) هو المتغير الخارج والصف الأول هو الصف المحوري ثم نقوم بإحتساب الصفوف بنفس القواعد التي تم شرحها سابقاً فنحصل على الجدول المبسط (5-2).

جدول (5-2) الحصول على الحل النهائي (الأمثل)

الحل الاساس	Cj	X ₁ 50	X ₂ 40	S ₁ 0	S ₂ 0	S ₃ 0	b _i
X ₁	40	0	1	$\frac{8}{25}$	0	$-\frac{3}{25}$	12
S ₂	0	0	0	$-\frac{8}{25}$	1	$\frac{3}{25}$	8
X ₁	50	1	0	$-\frac{5}{25}$	0	$\frac{5}{25}$	30
Zj		50	40	$\frac{14}{5}$	0	$\frac{26}{5}$	1980
Cj-Zj		0	0	$-\frac{14}{5}$	0	$-\frac{26}{5}$	

نقوم بتقييم قيم صف (Cj-Zj) للجدول (5-2) فنجد إن جميع قيم الصف أقل أو تساوي صفر، أي إن الحل في هذا الجدول هو الحل الأمثل. ويتلخص الحل في إنتاج (30) جهاز من النوع الأول و (12) جهاز من النوع الثاني وبقاء مكونات (8) أجهزة من النوع الثاني فائضة في المخزن. وإن قيمة الأرباح (1980). كما نلاحظ بأن قيمة (S_1) و (S_3) تساوي صفر. وهذا يعني إن طاقة قسم التجميع والممثلة بالقيد الأول قد استخدمت بالكامل وإن طاقة التخزين والممثلة بالقيد الثالث قد استغلت بالكامل أيضاً.

1.2.3.2. تطبيق الطريقة المبسطة على مشكلة التقليل (Min):

لتوضيح أهم الفروقات في تطبيق الطريقة المبسطة على مشكلة التقليل لنأخذ المثال التالي والذي يهدف إلى إيجاد أقل التكاليف عند إنتاج نوعين من المنتجات وكما يلي:

النموذج الرياضي:

$$\text{Min } Z = 2X_1 + X_2$$

s.t

$$X_1 + 3X_2 \geq 30$$

$$4X_1 + 5X_2 \geq 40$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

كل النموذج أعلاه نقوم بالخطوات التالية:

1. تكوين النموذج القياسي باستخدام القواعد التي تم توضيحها سابقاً وكما يلي:

$$\text{Min } 2X_1 + X_2 + 0S_1 + 0S_2 + M a_1 + M a_2$$

s.t

$$X_1 + 3X_2 + S_1 + a_1 = 30$$

$$4X_1 + 5X_2 + S_2 + a_2 = 40$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3, a_1, a_2 \geq 0$$

جدول (6-2) الحل الابتدائي

الحل الاساس	Cj	X ₁ 2	X ₂ 1	S ₁ 0	S ₂ 0	a ₁ M	a ₂ M	b _i
a ₁	M	1	3	-1	0	1	0	30
a ₂	M	4	2	0	-1	0	1	40
Zj		5M	5M	-M	-M	M	M	70M
Cj-Zj		2-5M	1-5M	M	M	0	0	

وبلاحظ في النموذج أعلاه ما يلي:

Decision Variable متغيرات القرار: X₁, X₂

Surplus Variable متغيرات فائضة: S₁, S₂

Artificial Variable متغيرات اصطناعية: a₁, a₂

مقدار كبير جداً: M

لذلك يسمى اسلوب الحل الذي يعتمد على استخدام (M) الكبيرة باسلوب (أم الكبيرة) (Big-M) ويحمل هذا المعامل بالإشارة موجبة في حالة دالة التقليل وسالبة في حالة التعظيم. وإضافة (أم الكبيرة) تساعد في إخراج المتغيرات الاصطناعية من الحل الأمثل.

2. تكوين جدول الحل الابتدائي كما في الجدول (6-2) وبنفس القواعد التي تم شرحها في طريقة التعظيم مع وجود فرق اساسي يتمثل في أن متغيرات الحل الاساس أصبحت المتغيرات الاصطناعية، ويكون المتغير الاصطناعي متغيراً اساسياً في الحل الابتدائي عندما يوجد قيد بإشارة أكبر أو يساوي ($\geq$) أو قيد بإشارة مساواة (=). ثم نقوم باختبار أمثلية الحل على اساس إن جميع قيم صف (Cj-Zj) أي جميعها موجبة أو صفر، ونلاحظ وجود قيم سالبة أي إن الجدول الحالي لا يمثل الحل الأمثل.

3. نحدد المتغير الداخل والخارج، في حالة مشكلة التقليل تكون قاعدة المتغير الداخل في البحث عن أعلى قيمة في صف $(C_j - Z_j)$ بإشارة سالبة وفي المثال الحالي (2-5M) وتقع هذه القيمة تحت المتغير (X_1) وبالتالي سيكون (X_1) المتغير الداخل والعمود الأول العمود المحوري أما المتغير الخارج فيتم تحديده بنفس القاعدة التي استخدمت في مشكلة التعظيم وفي المثال الحالي فإن المتغير الخارج سيكون (a_2) لأنه يقابل أقل حاصل قسمة (b_i) على قيم العمود المحوري ويكون الصف الثاني هو الصف المحوري.
4. تكوين جدول جديد بنفس القواعد التي تم توضيحها في مشكلة التعظيم فيكون لدينا الجدول (7-2).

جدول (7-2) الحصول على الحل الأمثل

الحل الاساس	Cj	X ₁ 2	X ₂ 1	S ₁ 0	S ₂ 0	a ₁ M	a ₂ M	b _i
a ₁	M	0	2.5	-1	0.25	1	0.25	20
X ₁	2	1	0.5	0	-0.25	0	.25	10
Zj		2	1+2.2 M	-M	-0.5+.25M	M	0.5-.25M	20+20 M
Cj-Zi		0	-2.5M	M	0.5-0.25M	0	1.25M-0.5	

5. نختبر أمثلية الحل في الجدول (7-2) فنلاحظ وجود قيم سالبة فنختار أعلى قيمة بإشارة سالبة وتقع تحت المتغير (X_2) ويكون المتغير الداخل (X_2) والعمود الثاني العمود المحوري، و (a_1) المتغير الخارج ومن ثم نكون جدول جديد وكما في الجدول (8-2).

ومن خلال تقييم قيم صف $(C_j - Z_j)$ في الجدول (8-2) نلاحظ إن جميع القيم موجبة أو صفر وهذا يعني إن الحل في هذا الجدول يمثل الحل الأمثل والذي يعطي أقل قيمة لدالة الهدف وتساوي (20) وتنتج من المنتج الأول (X_1) وحدات والمنتج الثاني (X_2) (8) وحدات.

جدول (8-2) الحصول على الحل الأمثل

الحل الاساس	Cj	X ₁ 2	X ₂ 1	S ₁ 0	S ₂ 0	a ₁ M	a ₂ M	b _i
X ₂	1	0	1	-0.4	0.1	0.4	-0.1	8
X ₁	2	1	0	0.2	-0.3	-0.2	0.3	6
Zj		2	1	0	-0.6	0	0.5	
Cj-Zj		0	0	0	0.6	M	M-0.5	20

4.2. الحالات الخاصة في البرمجة الخطية

توجد أربع حالات خاصة عند حل مشاكل البرمجة الخطية، وتنشأ هذه الحالات نتيجة خلل في بناء النموذج الرياضي، أو نتيجة إجراءات الحل بطريقة السيمبلكس أو الرسم البياني. وهذه الحالات كما يلي:

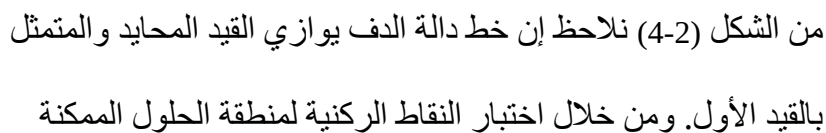
1. تعدد الحلول المثلى Alternative Optimal Solution.
 2. حالة الإنحلال Degeneracy.
 3. عدم وجود حلول ممكنة Non Existing Feasible Solution.
 4. الحل غير محدد Un Bounded Solution.
- ويمكن توضيح هذه الحالات كالآتي:

1.4.2. تعدد الحلول المثلى

تحدث هذه الحالة عندما يمكن الحصول على أكثر من حل أمثل، أي أكثر من حل يعطي نفس القيمة المثلى لدالة الهدف (تعظيم أو تقليل). وتحقق هذه الحالة عندما يكون الخط المستقيم الممثل لدالة الهدف موازي للخط المستقيم الممثل لأحد القيود المحايدة ويقصد بالقيود المحايد، القيد المحدد لمنطقة الحلول الممكنة. وفي حالة استخدام طريقة السيمبلكس يتم تشخيص الحالة عندما يمكن تكوين أكثر من حل أساسي ويعطي نفس قيمة الحل الأمثل. وتحقق هذه الحالة عندما يكون أحد المتغيرات غير الأساسية في الحل الأمثل يأخذ قيمة (صفر) في صف $(C_j - Z_j)$ في هذه الحالة يمكن أن يتحول هذا المتغير إلى متغير أساسي وتكوين جدول جديد يعطي نفس الحل الأمثل. ويمكن توضيح ذلك كما في المثال الآتي:

سیتضح
ما يلي:

بطريقة الرسم البياني نحصل على الشكل (4-2).



$$Z = 8(0) + 4(0) = 0 \quad \text{النقطة A (0,0)}$$

$$Z = 8(2) + 4(0) = 16 \quad \text{النقطة B (2,0)}$$

$$Z = 8(1) + 4(2) = 16 \quad \text{النقطة C (1,2)}$$

$$Z = 8(0) + 4(3) = 12 \quad \text{النقطة D (0,3)}$$

إذن النقطة (B) والنقطة (C) تعطي نفس الحل الأمثل . كما يمكن توضيح الحالة باستخدام طريقة السيمبلكس وكما في الجدول (9-2).

جدول (9-2) الحل الأمثل الأول

الحل الاساس	Cj	X ₁ 8	X ₂ 4	S ₁ 0	S ₂ 0	b _i
S ₁	0	4	2	1	0	8
S ₂	0	2	2	0	1	6
Zj		0	0	0	0	0
Cj-Zj		8	4	0	0	
X ₁	8	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	2
S ₂	0	0	1	$-\frac{1}{2}$	1	2
Zj		8	4	2	0	16
Cj-Zj		0	0	-2	0	

من الجدول (9-2) يتضح إن الحل الأمثل هو (X₂=0, X₁=2) قيمة دالة الهدف (16). ومن خلال ملاحظة قيم صف (Cj-Zj) يتبين إن معامل (X₂) في هذا الصف

يساوي (صفر) وهذا يعني إمكانية تكوين حل أمثل آخر بدخول (X_2) إلى الحل الأساس ونحصل على حل أمثل آخر كما في الجدول (10-2).

جدول (10-2) الحل الأمثل الثاني للمشكلة

الحل الاساس	Cj	X ₁ 8	X ₂ 4	S ₁ 0	S ₂ 0	b _i
X ₁	8	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
X ₂	4	0	1	$-\frac{1}{2}$	1	2
Zj		8	4	2	0	
Cj-Zj		0	0	-2	0	16

وفي الجدول (10-2) يتبين إن الحل الأمثل الجديد يحقق نفس قيمة

الحل الأمثل في الجدول (9-2) ولكن أصبحت متغيرات الحل الأساس

$(X_2=2, X_1=1)$ ويمكن إظهار الحلين كما يلي:

الحل الأول: $Z = 16 \quad X_2 = 0 \quad X_1 = 2$

الحل الثاني: $Z = 16 \quad X_2 = 2 \quad X_1 = 1$

وينبغي التأكيد على إن حالة تعدد الحلول المثلى لا تمثل عيباً في النموذج

الرياضي بل تشكل ميزة للنموذج لأنها تعطي مرونة لمتخذ القرار في

اختيار الحل الأمثل.

2.4.2. حالة الإنحلال:

تظهر حالة الإنحلال في حل مشكلة البرمجة الخطية عندما يكون واحد أو أكثر من متغيرات الحل الاساسي قيمته (صفر). وعند استخدام طريقة السيمبلكس قد يظهر الحل المنحل في أحد مراحل الحل وأما يستمر إلى نهاية الحل أو يختفي قبل الوصول إلى الحل الأمثل وتسمى (حالة الإنحلال مرحلية). وعند استمرار حالة الإنحلال إلى نهاية الحل لن تتحسن قيمة دالة الهدف، كما ينبغي الإشارة بأن حالة الإنحلال في طريقة السيمبلكس يمكن الاستدلال عليها عندما يتساوى ناتج قسمة عمود (bi) على قيم العمود المحوري لأكثر من متغير. أما عند استخدام طريقة الحل البياني فيتم تشخيص حالة الإنحلال عندما يشترك أكثر من قيد في نقطة الحل الأمثل ويكون قيد واحد أو أكثر (فائض) والقيد الفائض هو القيد الذي يمكن الاستغناء عنه دون أن يؤثر على نقطة الحل الأمثل. ويمكن توضيح حالة الإنحلال كما في المثال (2-2) وكما يلي:

مثال (2-2):

$$\text{Max } 5X_1 + 9X_2$$

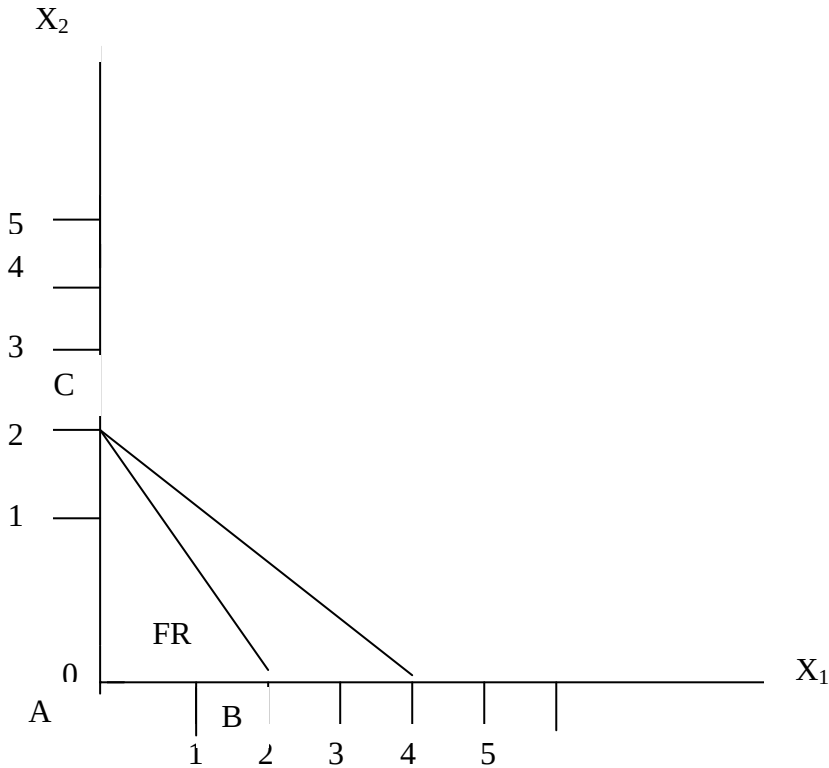
$$\text{s.t.}$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 4$$

$$X_1 + X_2 \leq 2$$

$$X_1, X_2, \geq 0$$

باستخدام طريقة الحل البياني نحصل على الشكل (5-2).



شكل (5-2) الرسم البياني لحالة الإنحلال.

ومن خلال الشكل يتضح إن النقاط الركنية لمنطقة الحلول الممكنة تتمثل بـ (A, B, C) وعند اختبار هذه النقاط في دالة الهدف سنجد إن نقطة C (0, 2) تحقق الحل الأمثل بقيمته (18)، ومن خلال الشكل يتبين إن بقاء القيد الأول فقط أو الثاني فقط سيحقق لنا نفس الحل الأمثل أي أن أحد القيدين يعتبر قيد فائض وباستخدام طريقة السيمبلكس نحصل على الحل كما في الجدول (11-2).

جدول (11-2) طريقة السيمبلكس لحالة الإنحلال

الحل الاساس	Cj	X ₁ 5	X ₂ 9	S ₁ 0	S ₂ 0	b _i
S ₁	0	1	2	1	0	4
S ₂	0	1	1	0	1	2
Zj		0	0	0	0	0
Cj-Zj		5	9	0	0	
X ₂	9	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	2
S ₂	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	0
Zj		$\frac{9}{2}$	9	$-\frac{9}{2}$	0	
Cj-Zj		$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{9}{2}$	0	18
X ₂	9	0	1	1	-1	2
X ₁	5	1	0	-1	2	0
Zj		5	9	4	1	
Cj-Zj		0	0	-4	-1	18

من الجدول (11-2) يمكن ملاحظة إن حالة الإنحلال ظهرت في المرحلة الثانية من الحل، حيث أصبحت قيمة (S₂) كمتغير أساسي (صفر) كما يمكن أن نلاحظ إنه عند قسمة قيم عمود (b_i) على قيم العمود المحوري في المرحلة الأولى من الحل حصلنا على قيم متساوية وكالاتي:

$$S_2 = \frac{2}{1} = 2 \quad S_1 = \frac{4}{2} = 2$$

وتم اختيار (S_1) عشوائياً كمتغير خارج لأنه لا يوجد في هذه الحالة معيار محدد لتحديد المتغير الخارج. فعند تساوي حالة قسمة عمود (b_i) على قيم العمود المحوري يتم اختيار المتغير الخارج عشوائياً.

كما يلاحظ في الجدول (2-11) إن حالة الإنحلال استمرت حتى نهاية الحل والوصول إلى الحل الأمثل إلا إن قيمة دالة الهدف لم تتحسن وبقيت بقيمة (18) في المرحلتين الثانية والثالثة.

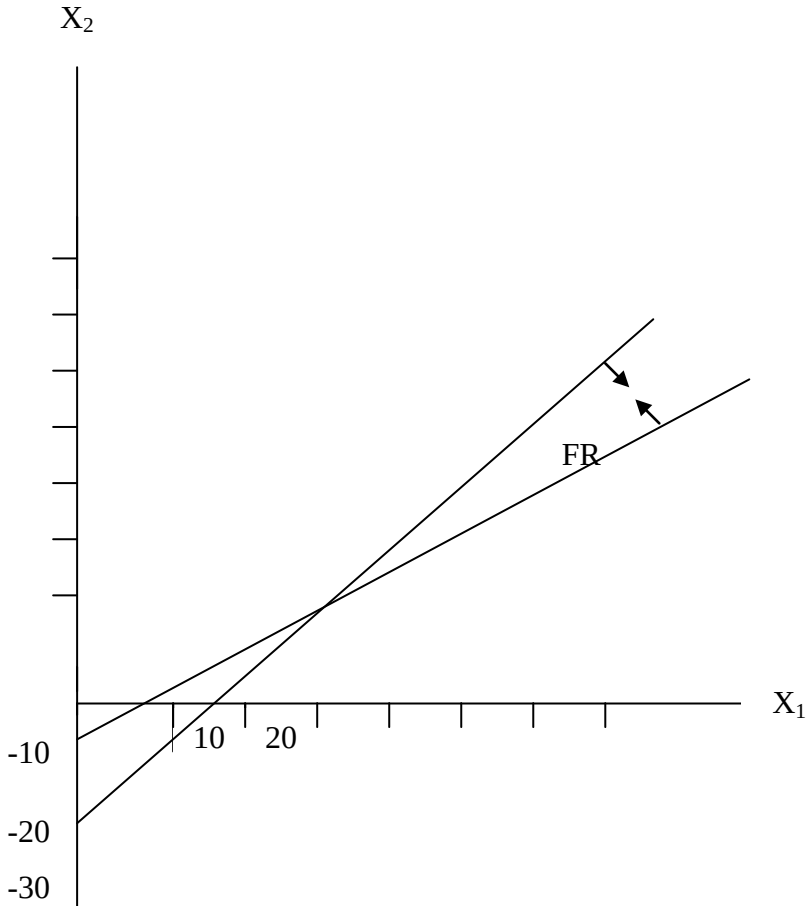
3.4.2. الحلول غير محدودة

وهي الحالة التي تكون فيها منطقة الحلول الممكنة (بطريقة الرسم البياني) غير محدودة. وتحدث هذه الحالة عندما تكون معاملات أحد المتغيرات في جميع القيود سالبة أو صفر. وفي هذه الحالة قد يكون بالإمكان الوصول إلى الحل الأمثل أو يتعذر ذلك. ويمكن توضيح ذلك كما في المثالين التاليين:

مثال (3-2): منطقة حلول غير محدودة والحل الأمثل غير محدد

$$\begin{aligned} \text{Max } & 4X_1 + 2X_2 \\ \text{s.t} & \\ & 3X_1 - 3X_2 \leq 60 \\ & 2X_1 - 2X_2 \leq 20 \\ & X_1, X_2, \geq 0 \end{aligned}$$

باستخدام طريقة الحل البياني نحصل على الشكل (3-2) ومن خلاله نلاحظ إن منطقة الحلول غير محدودة أي لا يوجد لها حد أقصى يحدد الحل الأمثل. وحدثت هذه الحالة لأنه كما نلاحظ في النموذج الرياضي للمثال (3-2) فإن معامل (X_2) في كلا القيدتين سالبة. أي إن قيمة المتغير وكذلك دالة الهدف ستزداد بشكل غير محدد ودون الخروج من منطقة الحلول الممكنة.



شكل (6-2) منطقة حلول غير محدودة وحل أمثل غير محدد.

وباستخدام طريقة السيمبلكس نحصل على الجدول (10-2) ومن خلال الجدول نلاحظ إنه في المرحلة الثانية من الحل تمكنا من تحديد المتغير الداخل (X_2) لأنه يملك أعلى قيمة موجبة إلا أننا لم نتمكن من تحديد المتغير الخارج لعدم وجود حاصل قسمة موجبة لقيم عمود (bi) على قيم العمود المحوري والمرتبطة بـ (X_2) حيث إن قيم العمود المحوري سالبة وصفر، في هذه الحالة يتعذر الوصول إلى الحل الأمثل.

جدول (12-2) حلول غير محدودة وحل أمثل غير محدد

الحل الاساس	Cj	X ₁ 4	X ₂ 3	S ₁ 0	S ₂ 0	b _i
S ₁	0	3	-3	1	0	60
S ₂	0	2	-2	0	1	20
Zj		0	0	0	0	0
Cj-Zj		4	2	0	0	0
S ₁	0	0	0	1	$\frac{3}{2}$	30
X ₁	4	1	-1	0	$\frac{1}{2}$	10
Zj		4	-4	0	2	40
Cj-Zj		0	6	0	-2	

مثال (4-2): حلول غير محدودة وحل أمثل محدد

$$\text{Max } 2X_1 - 4X_2$$

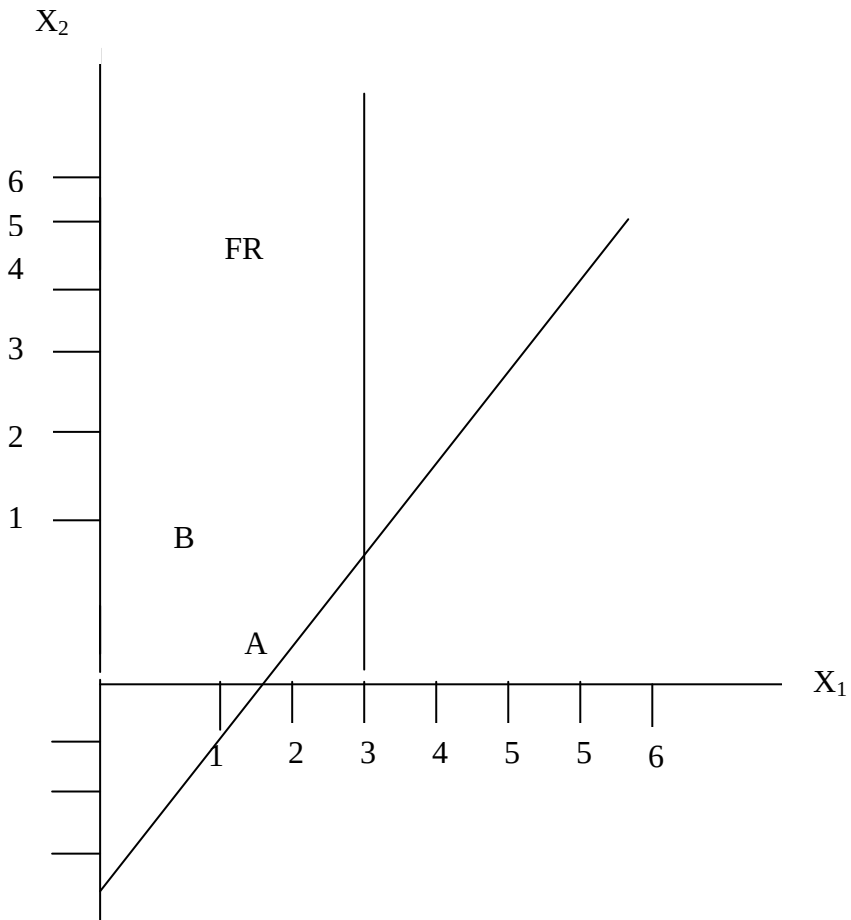
s.t

$$2X_1 \leq 3$$

$$X_1, X_2, \geq 0$$

باستخدام طريقة الحل البياني نحصل على الشكل (7-2) ومنه يتضح لنا إن منطقة الحلول الممكنة غير محدودة إلا إن نقطة الحل الأمثل محددة بالنقطة (A) (2,0) وتكون عندها دالة الهدف تساوي (4).

ويمكن التحقق من هذا الحل أيضاً باستخدام طريقة السيمبلكس وكما موضح في الجدول (13-2).



شكل (7-2) حلول غير محددة وحل أمثل محدد

جدول (13-2) حلول غير محدودة وحل أمثل محدد

الحل الاساس	Cj	X ₁ 2	X ₂ -4	S ₁ 0	S ₂ 0	b _i
S ₁	0	3	-2	1	0	6
S ₂	0	1	0	0	1	3
Zj		0	0	0	0	0
Cj-Zj		2	-4	0	0	
X ₁	2	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	2
S ₂	0	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	1
Zj		2	$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	4
Cj-Zj		0	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	

4.4.2. عدم وجود حلول ممكنة

في هذه الحالة يتعذر تحديد نقطة تحقق جميع قيود المشكلة، لأنه لا توجد منطقة حلول ممكنة تشترك فيها جميع قيود المشكلة. ويمكن توضيح هذه الحالة كما في المثال الآتي:

مثال (5-2):

$$\text{Max } 2X_1 + X_2$$

s.t

$$2X_1 - X_2 \leq 2$$

$$3X_1 - 4X_2 \geq 12$$

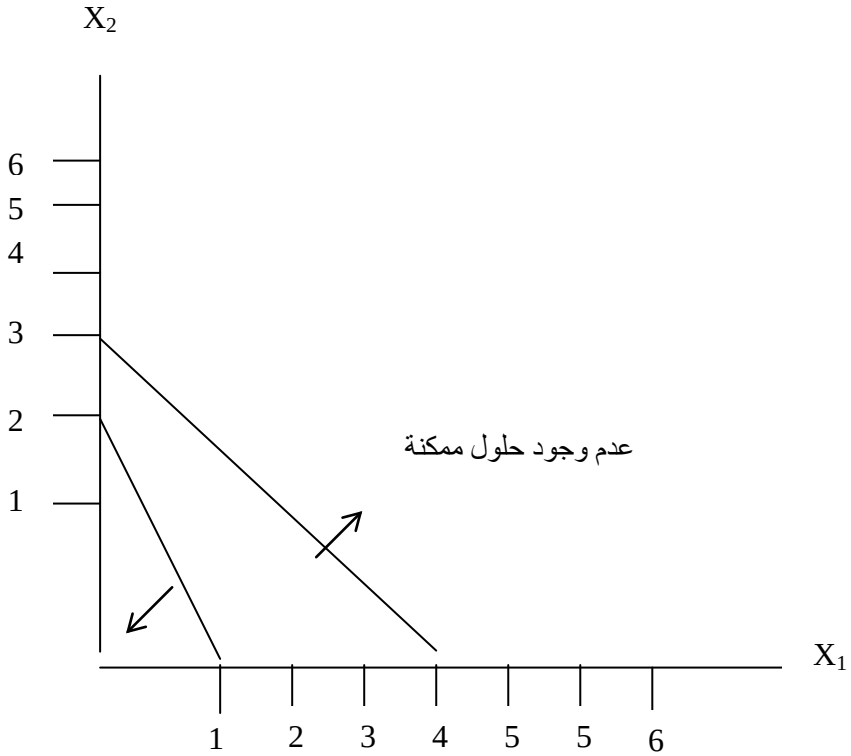
$$X_1, X_2, \geq 0$$

باستخدام طريقة الحل البياني نحصل على الشكل (8-2) ومن خلاله يتضح عدم وجود منطقة حلول ممكنة وبالتالي يتعذر تحديد حل ممكن وأمثلة للمشكلة.

كما يمكن توضيح الحل باستخدام طريقة السيمبلكس وكما موضح في الجدول (14-2).

من الجدول (14-2)، نلاحظ بقاء المتغير الاصطناعي في جدول الحل الأمثل، وهذا يعني إن هذا الحل لا يمكن تطبيقه لأنه يتناقض مع القيد الثاني. أي يمكن أن نحدد بأن حالة عدم وجود حلول ممكنة يمكن تشخيصها بطريقة السيمبلكس عند بقاء المتغير الاصطناعي في جدول الحل الأمثل.

ويمكن تلخيص معايير تحديد الحالات الخاصة بطريقتي الرسم البياني والسيمبلكس كما في الجدول (15-2).



شكل (8-2) عدم وجود حلول ممكنة

جدول (14-2) عدم وجود حلول ممكنة

الحل الاساس	Cj	X ₁ 3	X ₂ 2	S ₁ 0	S ₂ 0	a ₂ -M	b _i
S ₁	0	2	1	1	0	0	2
S ₂	-M	3	4	0	-1	1	12
Zj		-3M	-4M	0	M	-M	-
Cj-Zj		3+3M	2+4M	0	-M	0	12M
X ₁	2	2	1	1	0	0	2
a ₂	-M	-5	0	-4	-1	1	4
Zj		4+5M	2	2+4M	M	-M	4- 4M
Cj-Zj		-1- 5M	0	-2- 4M	-M	0	

جدول (2-15) معايير تحديد الحالات الخاصة بطريقتي الحل البياني والسيمبلكس

طريقة السيمبلكس	طريقة الحل البياني	الحالات الخاصة
معامل أحد المتغيرات غير الأساسية يساوي صفر في صف (C_j-Z_j)	الخط الممثل لدالة الهدف يوازي الخط الممثل لأحد القيود	تعدد الحلول المثلى
واحد أو أكثر من المتغيرات الأساسية يساوي صفر في أحد مراحل الحل أو في المرحلة النهائية.	وجود قيد فائض لا يؤثر على نقطة الحل الأمثل	الإنحلال
عدم وجود حاصل قسمة موجب لقيم عمود (b_i) على قيم العمود المحوري	معاملات أحد المتغيرات في جميع القيود سالبة أو صفر	حلول غير محددة
بقاء المتغير الاصطناعي في جدول الحل الأمثل	عدم وجود منطقة حلول ممكنة تحقق جميع القيود	عدم وجود حلول ممكنة

5.2. النموذج المقابل Daul Model

لكل مشكلة يتم صياغتها بنموذج البرمجة الخطية نموذجان يسمى الأول النموذج الأولي (Primal Model) والثاني بالنموذج المقابل والحل الأمثل لأي منهما يناظر الحل الأمثل للنموذج الآخر، لذلك يستخدم النموذج الأسهل لإيجاد الحل. ولتكوين النموذج المقابل نتبع القواعد التالية:

1. تعكس إشارة دالة الهدف من تعظيم (Max) إلى تقليل (Min) أو العكس وكما موضح أدناه:

النموذج الأولي النموذج المقابل

تعظيم ← (Max) تقليل (Min)

تقليل ← (Min) تعظيم (Max)

2. تبديل رموز متغيرات النموذج الأولي إلى رموز أخرى للتمييز بين النموذجين. مثال ذلك، إذا كان الرمز (Xi) يمثل متغيرات النموذج الأولي، فإن (Yi) ستمثل متغيرات النموذج المقابل.

3. معاملات متغيرات دالة الهدف في النموذج المقابل تتمثل بالجانب الأيمن لقيود النموذج الأولي، أي أن عدد متغيرات دالة الهدف في النموذج المقابل تساوي عدد قيود النموذج الأولي.

4. تكوين قيود النموذج المقابل وكالاتي:

أ. معاملات متغيرات الجانب الأيسر في النموذج المقابل تتمثل بعمود معاملات متغيرات قيود النموذج الأولي. أي إن العمود الأول سيمثل صف معاملات متغيرات القيد الأول، والعمود الثاني سيمثل صف معاملات متغيرات القيد الثاني .. الخ.

ب. تعكس اشارات القيود في النموذج الأولي لكي تصبح في النموذج المقابل كما موضح ادناه:

النموذج الأولي	النموذج المقابل
أقل أو يساوي	$\leq$
أكبر أو يساوي	$\geq$

وفي حالة وجود قيد بإشارة (=) يتم تحويل هذا القيد إلى قيدين بإشارتين مختلفة أحدهما بإشارة ($\leq$) والآخر ($\geq$)، ثم في ضوء دالة الهدف للنموذج الأولي يتم ضرب القيد ($\geq$) بـ (-1) لتحويله إلى قيد بإشارة ($\leq$) في حالة كون دالة الهدف في النموذج الأولي تعظيم (Max)، ونقوم بالعكس فس حالة الدالة تقليل (Min) حيث نقوم بضرب القيد ($\leq$) بـ (-1) لتحويله إلى قيد بإشارة ($\geq$) كما ينبغي الإشارة إنه قبل تكوين النموذج المقابل يجب أن تكون إشارة قيود النموذج الأولي متماثلة، وكقاعدة في حالة كون دالة الهدف تعظيم (Max) يجب أن تكون جميع القيود بإشارة أقل أو يساوي ($\leq$) وفي حالة وجود قيد بإشارة أكبر أو يساوي فيتم ضربه بـ (-1) لتحويله إلى إشارة ($\leq$). أما إذا كانت دالة الهدف تقليل (Min) فيجب أن تكون جميع القيود بإشارة أكبر أو يساوي ($\geq$) وفي حالة وجود قيد بإشارة أقل أو يساوي ($\leq$) فيتم ضربه بـ (-1) لتحويله إلى إشارة أكبر أو يساوي ($\geq$).

ج. الجانب الأيمن لقيود النموذج المقابل يتمثل بمعاملات متغيرات دالة الهدف في النموذج الأولي، حيث يمثل معامل المتغير الأول في دالة الهدف، الجانب الأيمن للقيد الأول وهكذا لبقية القيود. أي إن عدد قيود النموذج المقابل يساوي عدد متغيرات دالة الهدف في النموذج الأولي ويمكن توضيح هذه القواعد في الأمثلة التالية:

مثال (2-6):

النموذج الأولي	النموذج المقابل
Max $6X_1 + 2X_2$	Min $8Y_1 + 16Y_2$
s.t	s.t
$3X_1 - X_2 \leq 8$	$Y_2 \geq 6 + 3Y_1$
$X_1 + 2X_2 \leq 16$	$2Y_2 \geq 2 + Y_1$
$X_1, X_2, \geq 0$	$Y_1, Y_2, \geq 0$

مثال (2-7):

النموذج الأولي	النموذج المقابل
Min $X_1 + 2X_2$	Max $24Y_1 + 12Y_2$
s.t	s.t
$2X_2 \geq 24 + 2X_1$	$2Y_1 + 6Y_2 \leq 1$
$6X_1 + X_2 \geq 12$	$2Y_1 + Y_2 \leq 2$
$X_1, X_2, \geq 0$	$Y_1, Y_2, \geq 0$

مثال (8-2):

النموذج الأولي	النموذج المقابل
Max $16X_1 + 12X_2$	Min $46Y_1 - 64Y_2 + 20Y_3 - 20Y_4$
s.t	s.t
$6X_1 + 2X_2 \leq 46 \leftarrow 6X_1 + 2X_2 \leq 46$	$6Y_1 - 8Y_2 + 2Y_3 - 2Y_4 \geq 16$
$-8X_1 \leq -64 \leftarrow (-1) 8X_1 \geq 64$	$2Y_1 + 2Y_3 - 2Y_4 \geq 12$
$2X_1 + 2X_2 \leq 20 \leftarrow 2X_1 + 2X_2 = 20$	$Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 \geq 0$
$-2X_1 - 2X_2 \leq -20$	
$X_1, X_2 \geq 0$	

6.2. تحليل الحساسية Sensitivity Analysis

يهدف تحليل الحساسية إلى بيان أثر التغيرات في معاملات متغيرات دالة الهدف والجانب الأيمن لقيود النموذج على الحل الأمثل. ويساهم تحليل الحساسية في دعم متخذ القرار وخاصة في القرارات المتعلقة بزيادة أو نقص سعر البيع للمنتجات وكذلك في القرارات المرتبطة بزيادة أو خفض الاستثمار في أحد الموارد المتاحة. يتضمن تحليل الحساسية محورين هما:

1. تحديد مدى الأمثلية: وذلك لتحديد الحد الأعلى والأدنى لمعاملات متغيرات دالة الهدف والتي ضمن حدودها يبقى الحل أمثل.

2. تحديد مدى الإمكانية: ويهدف إلى تحديد الحد الأعلى والأدنى التي ضمنها تبقى الموارد المتاحة تحقق حلول ممكنة ويبقى الحل أمثل. أي إن مدى الإمكانية يرتبط فقط بالموارد والمتمثلة بالجانب الأيمن للقيود. وكقاعدة عامة يفضل زيادة الاستثمار في الموارد التي تمتلك سعر ظل (Shadow Price) وهي الموارد التي تحقق زيادة في دالة الهدف بمقدار سعر الظل مضروباً بعدد الوحدات التي يقرر متخذ القرار زيادة الاستثمار فيها وتقع ضمن حدود الإمكانية. والعكس عندما يقرر متخذ القرار خفض الاستثمار في أي مورد يمتلك سعر ظل. ويقصد بسعر الظل مقدار الزيادة أو الخفض في قيمة دالة الهدف نتيجة زيادة أو خفض الاستثمار بوحدة واحدة من أي مورد. ويتم تحديد سعر الظل من خلال صف (Zj) في جدول الحل الأمثل بطريقة السيمبلكس حيث يعتبر معامل الموارد الخاملة والتي يرمز لها بـ (Si) في صف (Zj) سعر ظل لكل مورد.

ويمكن توضيح محاور تحليل الحساسية من خلال المثال التالي:

مثال (2-9): تنتج إحدى شركات الصناعات البتروكيماوية نوعين من المنتجات يستخدم في تصنيعها ثلاث مواد أولية وكما موضح في الجدول (2-16):

جدول (2-16) مستلزمات إنتاج المنتجين

المنتج الأول	المادة الأولية الأولى	الثانية	الثالثة
	$\frac{3}{5}$	0	$\frac{3}{5}$
المنتج الثاني	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$
الكميات المتاحة	20	05	21

وكان سعر بيع المنتج الأول (40) والمنتج الثاني (30).

المطلوب:

1. إيجاد الحل الأمثل باستخدام طريقة السيمبلكس.

2. تحديد مدى الأمثلية لمتغيرات دالة الهدف.

3. تحديد مدى الإمكانية للمواد الأولية المتاحة.

الحل:

نفرض إن المنتج الأول = X_1

إن المنتج الثاني = X_2

إذن نموذج البرمجة الخطية الذي يمثل المثال (2-9) كالآتي:

$$\text{Max } 40X_1 + 30X_2$$

s.t

$$\frac{3}{5}X_1 + \frac{1}{2}X_2 \leq 20$$

$$\frac{1}{5}X_1 \leq 5$$

$$\frac{3}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 \leq 21$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. باستخدام طريقة السيمبلكس نحصل على جدول الحل الأمثل كما في الجدول (17-2).
2.)

جدول (17-2) الحل الأمثل

المتغيرات		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
الحل الأساسي	C_j	40	30	0	0	0	
X_2	30	0	1	$\frac{10}{3}$	0	$-\frac{20}{9}$	20
S_2	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{9}$	1
X_1	40	1	0	$-\frac{5}{3}$	0	$\frac{25}{9}$	25
Z_j		40	30	$\frac{100}{3}$	0	$\frac{400}{9}$	1600
$C_j - Z_j$		0	0	$-\frac{100}{3}$	0	$-\frac{400}{9}$	

2. تحديد مدى الأمثلية لمتغيرات دالة الهدف: لتحديد مدى الأمثلية نتبع الخطوات التالية:

1. نقوم باستبدال معامل المتغير الذي نبحث له عن مدى الأمثلية بمعامل مجهول القيمة ونرمز له بـ (C_1) للمتغير الأول ونضع هذا الرمز بدلاً من القيمة المحددة للمعامل وفي هذا المثال نستبدل معامل (X_1) والذي يساوي (40)

بـ (C_1) ونضعها في صف (C_j) تحت متغيرات دالة الهدف وكذلك في عمود (C_j) مقابل الحل الاساسي.

2. نقوم بإعادة حساب قيم صف (Z_j) و (C_j-Z_j) .

3. تكوين متباينات جانبها الأيسر أي معامل في (C_j-Z_j) يحتوي على (C_1) وجانبها الأيمن (صفر) وبإشارة $(\leq)$ إذا كانت دالة الهدف تعظيم و $(\geq)$ إذا كانت دالة الهدف تقليل ودلالة ذلك أننا سنبحث عن حدود التغير في (C_1) والتي ضمنها يبقى الحل أمثل أي جميع قيم صف (C_j-Z_j) تساوي أو اقل من صفر إذا كانت دالة الهدف تعظيم (Max) وأكبر أو تساوي صفر إذا كانت دالة الهدف تقليل (Min)

4. حل المتباينات التي تكونت في الخطوة (3) حيث تتحدد حدود (C_1) كحد أعلى وحد أدنى والتي تمثل مدى الأمثلية للمتغير الأول (X_1) .

5. بنفس الخطوات السابقة يتم حساب مدى الأمثلية للمتغيرات الأخرى وبتطبيق الخطوات اعلاه على المثال الحالي نحصل على الآتي :

نكون جدول حساب مدى الأمثلة للمتغيرات (X_1) وكما مبين في الجدول (18-2) .

جدول (18-2) مدى الأمثلية لـ (X_1)

		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
الحل الاساسي	C_j	30	0	0	0	0	
X_2	30	0	1	$\frac{10}{3}$	0	$-\frac{20}{9}$	20
S_2	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{9}$	1
X_1	C_1	1	0	$-\frac{5}{3}$	0	$\frac{25}{9}$	25

Zj	C1	30	$100 - \frac{5}{3}C_1$	0	$\frac{25}{9}C_1 - \frac{600}{9}$	$600 + 25C_1$
Cj-Zj	0	0	$\frac{5}{3}C_1 - 100$	0	$\frac{600}{9} - \frac{25}{9}C_1$	

- تكوين المتباينات:

$$\frac{5}{3}C_1 - 100 \leq 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{600}{9} - \frac{25}{9}C_1 \leq 0 \dots\dots\dots(2)$$

من المتباينة (1) نحصل على:

$$\frac{5}{3}C_1 - 100 \leq \Rightarrow \frac{5}{3}C_1 \leq 100 \Rightarrow C_1 \leq 60$$

من المتباينة (2) نحصل على:

$$\frac{600}{9} - \frac{25}{9}C_1 \leq 0 \Rightarrow \frac{25}{9}C_1 \geq \frac{600}{9} \Rightarrow C_1 \geq 24$$

∴ مدى الأمثلية لـ X_1 كالآتي:

$$24 \leq C_1 \leq 60$$

- وهذا المدى يبين لمتخذ القرار إمكانية زيادة سعر البيع للمنتوج الأول لغاية (60)

وبقاء الحل الحالي أمثل كما يمكن خفض سعر البيع لغاية (24) وبقاء الحل أمثل.

بنفس الطريقة نستخرج مدى الأمثلية لـ (X_2) حيث يبين الجدول (2-19) المتغيرات

اللازمة لتحديد مدى الأمثلية.

من صف (Cj-Zj) نحصل على المتباينات التالية:

$$\frac{200}{3} - \frac{10}{3} C_2 \leq 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{20}{9} C_2 - \frac{1000}{9} \leq 0 \dots\dots\dots(2)$$

جدول (19-2) مدى الأمثلية لـ (X_1)

		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
الحل الأساسي	C_j	40	C_2	0	0	0	
X_2	C_2	0	1	$\frac{10}{3}$	0	$-\frac{20}{9}$	20
S_2	0	0	0	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{9}$	1
X_1	40	1	0	$-\frac{5}{3}$	0	$\frac{25}{9}$	25
Z_j	40	C_2	$\frac{10}{3}C_2 - \frac{200}{3}$	0	0	$\frac{1000}{9} - \frac{20}{9}C_2$	$1000 + 2_0C_2$
$C_j - Z_j$	0	0	$\frac{200}{3} - \frac{10}{3}C_2$	0	0	$\frac{20}{9}C_2 - \frac{1000}{9}$	

من المتباينة (1) نحصل على:

$$C_2 \geq 20$$

ومن المتباينة (2) نحصل على:

$$C_2 \leq 50$$

إذن مدى الأمثلية لـ X_2 :

$$20 \leq C_2 \leq 50$$

- أما للمتغيرات الخاملة (S_3, S_2, S_1) فيتم تحديد مدى الأمثلية لها بموجب القاعدة التالية:

$$0 \leq S_i \leq \text{سعر الظل}$$

وأي متغير لا يوجد له سعر ظل ليس له مدى أمثلية. وبتطبيق هذه القاعدة على المثال نحصل على ما يلي:

$$\text{مدى الأمثلية لـ } (S_1): 0 \leq C_{S_1} \leq \frac{100}{3}$$

مدى الأمثلية لـ (S_2) : لا يوجد

$$\text{مدى الأمثلية لـ } (S_3): 0 \leq C_{S_3} \leq \frac{400}{9}$$

3. تحديد مدى الإمكانية لـ (S_3, S_2, S_1)

أ. مدى الإمكانية لـ (S_1)

لتحديد مدى الإمكانية نستخدم العلاقة التالية:

		عمود	معاملات	المتغير	
	جدول	في	في	الخامل	0
		+ Δb_1	الحل الأمثل	Si	
			في جدول	الحل الأمثل	
		80			

ويقصد (Δb_1) مقدار التغير الذي سيحدث في حدود المورد المتاح. ويبقى الحل ممكناً وأمثال. ويتطبيق ذلك على المثال نحصل على:

$$\begin{pmatrix} 20 \\ 1 \\ 25 \end{pmatrix} + \Delta b_1 \begin{pmatrix} \frac{10}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix} \geq 0$$

$$20 + \frac{10}{3} \Delta b_1 \geq 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$1 - \frac{2}{3} \Delta b_1 \geq 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$25 - \frac{5}{3} \Delta b_1 \geq \dots 0 \dots\dots\dots(3)$$

من المتباينة (1) نحصل على:

$$20 + \frac{10}{3} \Delta b_1 \geq 0 \Rightarrow \frac{10}{3} \Delta b_1 \geq -20 \Rightarrow \Delta b_1 \geq -6$$

من المتباينة (2) نحصل على:

$$\Delta b_1 \leq 1.5$$

من المتباينة (3) نحصل على:

$$\Delta b_1 \leq 15$$

إذن مدى التغير للمورد الأول: $-6 \leq \Delta b_1 \leq 1.5$

أي إن مدى التغير المسموح به للمورد الأول بحيث يبقى الحل ممكناً وأمثلة هو إمكانية زيادة المورد ؛ (1.5) كحد أقصى وخفض الاستثمار ؛ (6-) كحد أقصى. وكما يلاحظ على النتائج أعلاه في حالة وجود أكثر من متباينة تحقق نتائج بإشارة أقل أو يساوي ($\leq$) فنأخذ أقل نتيجة لأنها تحقق جميع هذه المتباينات وفي حالة وجود أكثر من متباينة بإشارة أكبر أو يساوي ($\geq$) فنأخذ النتيجة ذات القيمة الأكبر لأنها تحقق جميع هذه المتباينات.

– بعد استخراج مدى التغير نقوم بحساب مدى الإمكانية وذلك بإضافة الجانب الأيمن للقيود الأول أي الكمية المتاحة للمورد الأول إلى طرفي مدى التغير وكما يلي:

$$20 - 6 \leq \Delta b_1 \leq 1.5 + 20$$

مدى الإمكانية للمورد الأول: $14 \leq b_1 \leq 21.5$

ب. بنفس الطريقة نستخرج مدة الإمكانية للمورد الثاني وكالاتي:

$$-1 \leq \Delta b_2 < +\alpha$$

أي أن المورد الثاني يمكن زيادة الاستثمار فيه بلا حدود معينة لأنه مورد لا يمتلك سعر ظل أي إنه مورد غير نادر وبالتالي لا توجد قيود على حدود الاستثمار فيه. ولكي يدخل الحل الأمثل ينبغي خفض الاستثمار فيه بمقدار (1-) والتي تشكل الكمية الفائضة من المورد والتي ظهرت في عمود الكميات في جدول الحل الأمثل.

ويكون مدى الإمكانية للمورد الثاني: $4 \leq b_2 < \alpha$

ج. مدى الإمكانية للمورد الثالث: $18.75 \leq b_3 \leq 30$

أمثلة تطبيقية:

مثال (1): حدد الحل الأمثل باستخدام طريقة الحل البياني للنموذج التالي:

$$\text{Max } Z = 8X_1 + 6X_2 \text{ تعظيم}$$

s.t

$$5X_1 + 2X_2 \leq 60$$

$$2X_1 + 4X_2 \leq 48$$

$$3X_1 \geq 15$$

$$5X_1 - 4X_2 \leq 40$$

الحل:

من خلال الشكل (9-2) والذي يمثل الرسم البياني نحصل على النقاط الركنية لمنطقة الحلول الممكنة والتي نختبرها في دالة الهدف للحصول على نقطة الحل الأمثل وكالاتي:

$$\text{Max } Z = 8X_1 + 6X_2 \text{ تعظيم}$$

$$Z = 8(5) + 6(9.5) = 97 \quad \text{A } (5, 9.5):$$

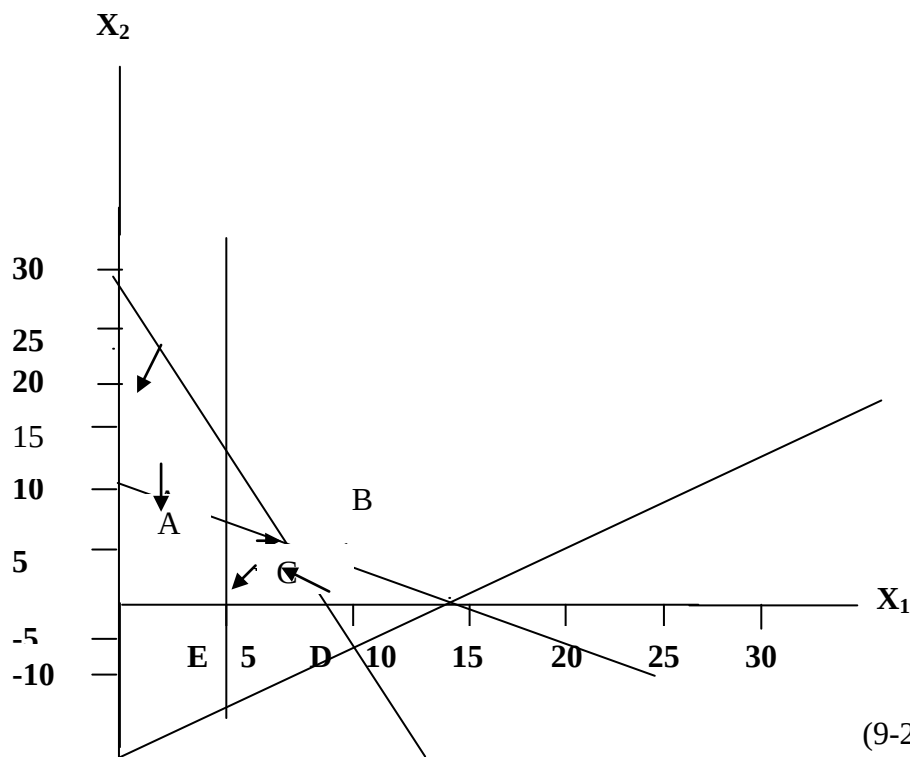
$$Z = 8(9) + 4(7.5) = 117 \quad \text{B } (9, 7.5):$$

$$Z = 8(10.7) + 6(3.3) = 105.4 \quad : (10.7, 3.3) \text{ C}$$

$$Z = 8(8) + 6(0) = 64 \quad : (8, 0) \text{ D}$$

$$Z = 8(5) + 6(0) = 40 \quad : (5, 0) \text{ E}$$

∴ نقطة الحل الأمثل النقطة (B) (907.5) لأنها تحقق أعلى قيمة لدالة الهدف وهي (117).



مثال (2): باستخدام الحل البياني حدد الحل الأمثل للنموذج التالي:

$$\text{Min } Z = X_1 + X_2$$

s.t

$$X_1 \geq 30$$

$$X_2 \geq 20$$

$$X_1 + 2X_2 \geq 80$$

الحل:

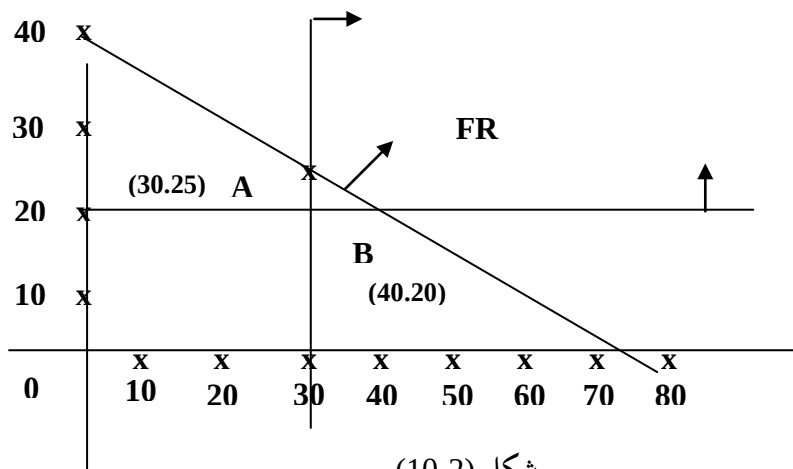
من خلال الشكل (10-2) نحصل على النقاط الركنية لمنطقة الحلول الممكنة ونختبرها في دالة الهدف لتحديد نقطة الحل الأمثل وكما يلي:

$$\text{Min } Z = X_1 + X_2$$

$$Z = 30 + 25 = 55 \quad : (30, 25) \text{ A}$$

$$Z = 40 + 20 = 60 \quad : (40, 20) \text{ B}$$

∴ نقطة الحل الأمثل النقطة (A) لأنها تحقق أقل قيمة لدالة الهدف وهي (55).



شكل (10-2)

مثال (3): باستخدام طريقة السيمبلكس حدد الحل الأمثل للنموذج الآتي:

$$\text{Max } Z = 30X_1 + 20X_2$$

s.t

$$X_1 + X_2 \leq 50$$

$$2X_2 \leq 80$$

$$X_2 \leq 30$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

نكون النموذج القياسي وكما مبين أدناه:

$$\text{Max } Z = 30X_1 + 20X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

s.t

$$X_1 + X_2 + S_1 = 50$$

$$2X_2 + S_2 = 80$$

$$X_2 + S_3 = 30$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

وبتطبيق خطوات طريقة السيمبلكس نحصل على الحل الأمثل وكما مبين

في الجدول (20-2).

جدول (20-2) الحل الأمثل

		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
الحل الأساسي	C_j	30	20	0	0	0	
X_2	20	0	1	1	$-\frac{1}{2}$	0	10
X_1	30	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	40
S_3	0	0	0	-1	$\frac{1}{2}$	1	20
Z_j		30	20	20	5	0	1400
$C_j - Z_j$		0	0	-20	-5	0	

مثال (4): باستخدام طريقة السيمبلكس حدد الحل الأمثل للنموذج الآتي:

$$\text{Min } Z = 7X_1 + 9X_2$$

s.t

$$3X_1 + 6X_2 \geq 36$$

$$8X_1 + 4X_2 \geq 46$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

نكون النموذج القياسي وكما مبين أدناه:

$$\text{Min } Z = 7X_1 + 9X_2 + 0S_1 + 0S_2 + Ma_1 + Ma_2$$

s.t

$$3X_1 + 6X_2 - S_1 + a_1 = 36$$

$$8X_1 + 4X_2 - S_2 + a_2 = 64$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, a_1, a_2 \geq 0$$

وبتطبيق خطوات طريقة السيمبلكس نحصل على الحل الأمثل وكما مبين

في الجدول (21-2).

جدول (21-2) الحل الأمثل

		X_1	X_2	S_1	S_2	b_i
الحل الاساسي	C_j	7	9	0	0	
X_2	9	0	1	$-\frac{2}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{3}$
X_1	7	1	0	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{40}{6}$

Zj	7	9	$-\frac{11}{9}$	$-\frac{5}{12}$	$\frac{425}{6}$
Cj-Zj	0	0	$\frac{11}{9}$	$\frac{5}{12}$	6

في ختام هذا الفصل لا بد من أن نؤكد على أن هذا الأسلوب قد لا يعطي حلاً جاهزاً لأي مشكلة وبشكل متكامل، بقدر ما هو يساعد متخذ القرار في منظمة الأعمال على ترشيده القرار المطلوب اتخاذه. وقد تم زيادة فاعلية هذا الأسلوب في مجال ترشيده القرارات من خلال إدخال بعض المتطلبات والشروط على نتائج حل نموذج البرمجة الخطية، وأهمها إن تكون النتائج المتمثلة بقيم المتغيرات قيمها أعداد صحيحة خالية من الكسور، وهذا ما سوف نتناوله في الفصل التالي.